



MATHÉMATIQUES

Deuxième Préparatoire - Deuxième Semestre 2025 - 2026

Livre de l'élève

Préparé Par

M. Osama Zaid Sharif Prof. Dr. Samar Abdel Fattah Lasheen Prof. Adj. Dr. Amal El-Shahat Hafez
M. Magdy Abdel Fattah El-Safty M. Ibrahim Abdel Latif El-Saghir
M. Bassem Magdy Roushdy M. Islam Mohamed Ibrahim M. Sameh Labib Attia

Révisé Par

Prof. Dr. Galal Mahrous Metemed Prof. Dr. Reda Abu Olwan El-Sayed
Prof. Dr. Hoda Kamal Mohamed El-Sayed Prof. Dr. Ahmed Abdel Kader Ramadan
Dr. Mohamed Mohey El-Din Abdel Salam Mme. Manal Abbas Ahmed Azkol

Supervision

Dr. Akram Hassan Mohamed

Assistant du ministre pour le développement des programmes éducatifs
Superviseur de la direction centrale pour le développement des programmes

Nom: _____

Classe: _____

École: _____

Présentation

Dans le cadre du développement continu du système éducatif et afin de compléter le système de développement initié depuis la maternelle jusqu'à la fin du secondaire, conformément à la vision de l'Égypte (2030) et au plan du ministère pour le développement de l'éducation, ce manuel a été préparé pour poursuivre le processus de développement des programmes d'enseignement au cycle préparatoire, afin d'initier un tournant qualitatif dans la manière de préparer les élèves égyptiens à relever les défis de l'avenir.

Nous sommes heureux de présenter ce manuel de mathématiques destiné à la deuxième année du cycle préparatoire pour le deuxième semestre, qui comprend un ensemble de tâches et de performances permettant aux élèves de résoudre les problèmes mathématiques, contribuant ainsi à la réalisation des objectifs éducatifs pour faire face aux défis du 21^e siècle, marqué par une révolution accélérée dans les domaines de l'information et des technologies de communication.

Le programme actuel vise à initier un tournant qualitatif dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Il aspire également à fournir un moyen pratique pour atteindre les objectifs éducatifs en intégrant les étapes suivantes:

- Assurer le rôle actif de l'élève dans le processus d'apprentissage.
- Intégrer dans le programme les connaissances, les compétences, les valeurs et les tendances positives nécessaires à l'apprentissage et à la citoyenneté bonne, au travail productif et à la participation active à la réalisation des programmes de développement durable.
- Intégrer dans le programme les tendances positives modernes dans l'élaboration des programmes, telles que les compétences de réflexion, les compétences en résolution de problèmes, les compétences d'apprentissage autonome, l'apprentissage coopératif et la bonne communication avec les sources de connaissance.
- Développer les compétences de performance en mettant l'accent sur l'apprentissage autonome et le travail coopératif.
- Assurer l'intégration entre les mathématiques et les autres matières enseignées aux différents niveaux scolaires.
- Offrir aux élèves la possibilité de choisir des activités adaptées à leurs capacités, leurs inclinations et leurs besoins.

Nous demandons à Allah Tout-Puissant que ce manuel soit bénéfique et qu'il fasse partie d'un grand effort national et continu pour élever l'Égypte parmi les pays développés, garantissant un avenir prometteur pour tous ses élèves. Nous vous souhaitons également une année scolaire pleine de réussite et d'excellence.

Dieu est le Donateur du succès
L'équipe des auteurs

Table des matières

Deuxième Préparatoire - Deuxième semestre



Les nombres et les opérations sur les nombres

1-1 Les propriétés de la proportion	2
1-2 La proportion en chaîne	8



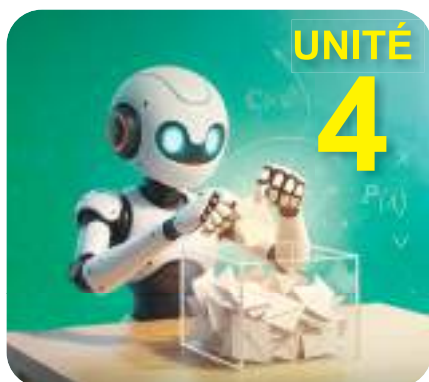
L'algèbre

2-1 Le produit cartésien	16
2-2 La relation et la fonction	22
2-3 La fonction linéaire	30
2-4 Les équations et les inéquations du premier degré à une variable	36



La géométrie

3-1 Les axiomes de l'inégalité	45
3-2 L'inégalité dans les triangles	50
3-3 Les projections orthogonales et le théorème d'Euclide ...	57
3-4 Le cercle	64
3-5 Le cylindre circulaire droit et le prisme droit	71
3-6 La distance entre deux points dans le plan cartésien	79
3-7 La pente de la droite	85



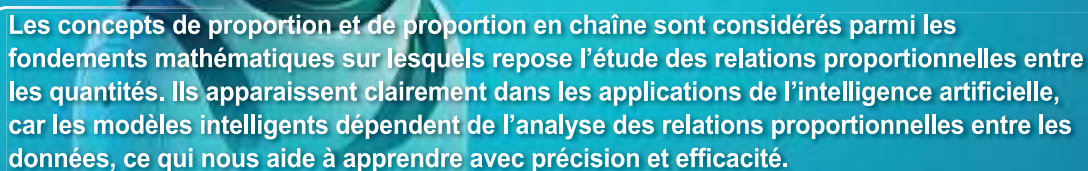
Les statistiques et la probabilité

4-1 Les échantillons	94
4-2 La probabilité - La prédiction des événements futurs ...	99

Les nombres et les opérations sur les nombres

1-1 Les propriétés de la proportion

1-2 La proportion en chaîne



- La communication mathématique
- La pensée critique
- La pensée créative

- L'appréciation de l'art
- Le respect de l'autre
- La conscience environnementale

Leçon 1 - 1

Les propriétés de la proportion

■ Résultats d'apprentissage

- Se rappeler le concept de proportion.
- Connaître les concepts du premier, deuxième, troisième et quatrième proportionnel.
- Connaître les propriétés de la proportion.
- Appliquer les propriétés de la proportion pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La proportion
- La première proportionnelle
- La deuxième proportionnelle
- La troisième proportionnelle
- La quatrième proportionnelle
- Les extrêmes
- Les moyens
- La multiplication croisée

■ Information précédente

Le rapport entre la quantité a et la quantité b peut être exprimé de l'une des manières suivantes:
 a à b , $a : b$ ou $\frac{a}{b}$
 où a est appelé l'antécédent du rapport et b est appelé le conséquent du rapport.

Sois prêt!



La tombe du roi Toutânkhamon est mondialement célèbre et elle a été découverte en 1922 ap. J.-C. Une chaîne documentaire a produit un court-métrage sur le roi Toutânkhamon et l'a diffusé sur deux plateformes numériques:
 Le film a obtenu 12 000 vues pendant les 4 premières heures de sa diffusion sur la première plateforme. Tandis qu'il a obtenu 18 000 vues pendant les 6 premières heures de sa diffusion sur la deuxième plateforme.



**Le masque d'or
du roi Toutânkhamon**

Calcule le taux de vues par heure pour chaque plateforme. Les deux taux sont-ils égaux?

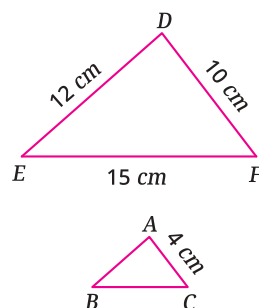
Et si tu additionnes le nombre de vues et le nombre d'heures sur les deux plateformes ensemble pour calculer le taux de vues par heure, obtiendrais-tu le même taux?

Dans cette leçon, tu te rappelleras le concept de proportion et tu reconnaitras les propriétés de la proportion, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!



Le triangle ABC est une réduction du triangle DEF selon un certain rapport.
 Peux-tu calculer le périmètre du triangle ABC ?
 Discute.



Apprends!



La proportion

Les quantités a , b , c et d sont dites proportionnelles si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

- a est appelé la première proportionnelle
- b est appelé la deuxième proportionnelle
- c est appelé la troisième proportionnelle
- d est appelé la quatrième proportionnelle
- De plus, les deux termes a et d sont appelés les extrêmes et les deux termes b et c sont appelés les moyens.

Par exemple:

► Les nombres 4, 6, 10 et 15 sont proportionnels
 car: $\frac{4}{6} = \frac{10}{15}$

► Les nombres 2, 7, 4 et 21 ne sont pas proportionnels
 car: $\frac{2}{7} \neq \frac{4}{21}$

■ Remarque que

Si $a \times d = b \times c$

Alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

■ Auto-évaluation ①

- ① Trouve la troisième proportionnelle des nombres 12, 28 et 35
- ② Si les quantités 21, 7a, 9a et 48 sont proportionnelles, trouve la valeur de a.

■ Auto-évaluation ②

Si $\frac{2x+3}{2x-3} = \frac{2y+5}{2y-5}$

Alors prouve que

$\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

Information précédente: la propriété de la multiplication croisée

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors: $a \times d = b \times c$

C'est-à-dire que: Le produit des extrêmes = Le produit des moyens.

Exemple ①

- ① Trouve la quatrième proportionnelle des nombres suivants: 8, 12 et 14



- ① En supposant que la quatrième proportionnelle soit X

∴ Les nombres 8, 12, 14 et X sont proportionnels.

∴ $\frac{8}{12} = \frac{14}{X}$

∴ $8 \times X = 12 \times 14$

(La multiplication croisée)

∴ $X = \frac{12 \times 14}{8} = 21$

- ② Trouve la valeur de a qui rend les quantités suivantes: a, 15, 20 et 3a proportionnelles

- ② ∴ Les quantités a, 15, 20 et 3a sont proportionnelles.

∴ $\frac{a}{15} = \frac{20}{3a}$

∴ $a \times 3a = 15 \times 20$

(La multiplication croisée)

∴ $3a^2 = 300$

∴ $a^2 = \frac{300}{3} = 100$

∴ $a = \pm \sqrt{100} = \pm 10$

Exemple ②

Si $\frac{3a+5b}{3a-5b} = \frac{3c+5d}{3c-5d}$

Alors prouve que les quantités a, b, c et d sont proportionnelles.



∴ $\frac{3a+5b}{3a-5b} = \frac{3c+5d}{3c-5d}$

∴ $(3a+5b)(3c-5d) = (3a-5b)(3c+5d)$ (La multiplication croisée)

∴ $9ac - 15ad + 15bc - 25bd = 9ac + 15ad - 15bc - 25bd$

∴ $-15ad + 15bc = 15ad - 15bc$

∴ $15bc + 15bc = 15ad + 15ad$

∴ $30bc = 30ad$

∴ $bc = ad$ ∴ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

∴ Les quantités a, b, c et d sont proportionnelles.

Remarque

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ où k est une constante non nulle et k est appelée la constante de proportionnalité, alors en utilisant la multiplication croisée: $a = bk$ et $c = dk$
- Et en général: Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k$
alors: $a = bk$, $c = dk$ et $e = fk$, ...

■ Auto-évaluation ③

Si a , b , c et d sont des quantités proportionnelles, prouve que:

$$\frac{4b+7d}{4a+7c} = \frac{5b-8d}{5a-8c}$$

■ Réfléchis et discute!

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Peux-tu permuter les deux extrêmes et obtenir une proportion ? Discute.

■ Réfléchis avec tes camarades

Comment peux-tu utiliser la multiplication croisée et les propriétés de la relation d'égalité pour prouver la propriété 1 et la propriété 2 correspondantes ?

■ Auto-évaluation ④

Si $\frac{4}{a} = \frac{3}{b} = \frac{2}{c}$

Prouve que:

$$\frac{a+c}{c} \times \frac{b-c}{b} = 1$$

Exemple 3

Si a , b , c et d sont des quantités proportionnelles, prouve que:

$$\frac{2a-3b}{a+5b} = \frac{2c-3d}{c+5d}$$

✓ En supposant que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\therefore a = bk \text{ et } c = dk$$

$$\therefore \frac{2a-3b}{a+5b} = \frac{2bk-3b}{bk+5b} = \frac{\cancel{b}(2k-3)}{\cancel{b}(k+5)} = \frac{2k-3}{k+5} \quad (1)$$

$$\frac{2c-3d}{c+5d} = \frac{2dk-3d}{dk+5d} = \frac{\cancel{d}(2k-3)}{\cancel{d}(k+5)} = \frac{2k-3}{k+5} \quad (2)$$

De (1) et (2), nous concluons que: $\frac{2a-3b}{a+5b} = \frac{2c-3d}{c+5d}$

Les propriétés de la proportion

1 Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Alors $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (Égalité de l'inverse)

Exemple: $\frac{2}{4} = \frac{8}{16} (= \frac{1}{2})$ Alors $\frac{4}{2} = \frac{16}{8} (= 2)$

2 Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (Permutation des deux moyens)

Exemple: $\frac{2}{4} = \frac{8}{16} (= \frac{1}{2})$ Alors $\frac{2}{8} = \frac{4}{16} (= \frac{1}{4})$

Exemple 4

Si $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, quelle est la valeur de: $\frac{3a-2b}{3a+2b}$?

✓ $\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3} \quad \therefore \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$

En supposant que: $\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = k$

$$\therefore a = 4k \text{ et } b = 3k$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{3a-2b}{3a+2b} &= \frac{3(4k)-2(3k)}{3(4k)+2(3k)} \\ &= \frac{12k-6k}{12k+6k} \\ &= \frac{6k}{18k} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

■ Diversité des stratégies

En divisant le numérateur et le dénominateur de $\frac{3a-2b}{3a+2b}$ par b :

$$\begin{aligned} \therefore \frac{3a-2b}{3a+2b} &= \frac{3(\frac{a}{b})-2}{3(\frac{a}{b})+2} \\ \therefore \frac{a}{b} &= \frac{4}{3} \\ \therefore \frac{3a-2b}{3a+2b} &= \frac{3(\frac{4}{3})-2}{3(\frac{4}{3})+2} \\ &= \frac{4-2}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

■ Auto-évaluation ⑤

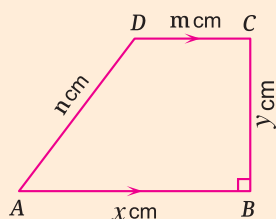
$$\text{Si } \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$$

$$= \frac{4a + mb + 5c}{25}$$

Trouve la valeur de m

■ Auto-évaluation ⑥

Dans la figure suivante:



$ABCD$ est un trapèze rectangle en B , son périmètre est égal à 36 cm. Si $10x = 15y = 20m = 12n$ Trouve les valeurs de x , y , m et n

3 Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots = k$, alors :

$$\textcircled{1} \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = k$$

(en d'autres termes: $\frac{\text{La somme des antécédents}}{\text{La somme des conséquents}} = \text{l'un des rapports}$)

$$\textcircled{2} \frac{am + cn + e\ell + \dots}{bm + dn + f\ell + \dots} = k \text{ où } m, n, \ell, \dots \text{ sont des nombres réels non nuls.}$$

Exemple 5

Si $\frac{x}{a} = \frac{y}{6} = \frac{4x-3y}{10}$, trouve la valeur de a

$$\checkmark \therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{6} = \frac{4x-3y}{10}$$

En multipliant les deux termes du premier rapport par 4 et ceux du deuxième rapport par -3 :

$$\therefore \frac{4x}{4a} = \frac{-3y}{-18} = \frac{4x-3y}{10}$$

En additionnant les antécédents et les conséquents des premier et deuxième rapports:

$$\therefore \frac{4x-3y}{4a-18} = \frac{4x-3y}{10}$$

$$\therefore 4a-18=10 \quad \therefore 4a=10+18 \quad \therefore 4a=28 \quad \therefore a=7$$

Exemple 6

Si $2a = 3b = 4c$ et $a + b + c = 52$, trouve les valeurs de a , b et c

$$\checkmark \therefore 2a = 3b = 4c$$

$$\therefore \frac{2a}{12} = \frac{3b}{12} = \frac{4c}{12}$$

(Où 12 est le plus petit commun multiple des nombres 2, 3 et 4)

$$\therefore \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$$

$$\therefore \frac{a+b+c}{6+4+3} = \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$$

$$\therefore \frac{52}{13} = \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$$

$$\therefore \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = 4$$

$$\therefore a = 6 \times 4 = 24$$

$$b = 4 \times 4 = 16$$

$$c = 3 \times 4 = 12$$

■ Diversité des stratégies

$$\therefore 2a = 3b = 4c$$

$$\therefore \frac{2a}{12} = \frac{3b}{12} = \frac{4c}{12}$$

$$\therefore \frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3}$$

En supposant que: $\frac{a}{6} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} = k$

$$\therefore a = 6k, b = 4k \text{ et } c = 3k$$

$$\therefore 6k + 4k + 3k = 52$$

$$\therefore 13k = 52$$

$$\therefore k = 4$$

$$\therefore a = 6 \times 4 = 24$$

$$b = 4 \times 4 = 16$$

$$c = 3 \times 4 = 12$$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si $\frac{x}{6} = \frac{y}{10}$, quelle est la valeur de $\frac{x}{y}$?
(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{10}$
- ② Si $\frac{a}{b} = \frac{2}{7}$, quelle est la valeur de $\frac{2b}{7a}$?
(a) $\frac{4}{49}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) 1 (d) $\frac{49}{4}$
- ③ Quelle est la deuxième proportionnelle des nombres 4, 6 et 12?
(a) 18 (b) 8 (c) 6 (d) 2
- ④ Si $5x - 3y = 0$, quelle est la valeur de $\frac{x}{y}$?
(a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $-\frac{3}{5}$ (d) $-\frac{5}{3}$
- ⑤ Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$, alors $\frac{a+c}{b+d}$ est égal à:
(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{1}{3}$
- ⑥ Si $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$, quelle est la valeur de $\frac{a+b}{a-b}$?
(a) $\frac{8}{3}$ (b) $\frac{5}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 4
- ⑦ Si $3a = 6b = 8c$, alors $a : b : c$ est égal à:
(a) 3 : 4 : 8 (b) 3 : 6 : 8
(c) 8 : 4 : 3 (d) 8 : 6 : 3
- ⑧ Si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, quelle est la valeur de $\frac{3a-b}{b-a}$?
(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) 5
- ⑨ Si $\frac{a}{c+a-b} = \frac{b}{a+b-c} = \frac{c}{b+c-a}$, alors chaque rapport est égal à:
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) 1
- ⑩ Si $m - n = 6$ et $\frac{3}{m} = \frac{5}{n}$, quelle est la valeur de m ?
(a) 15 (b) 9 (c) -9 (d) -15

Deuxièmement

Appliquer les concepts



⑪ Trouve la valeur de x qui rend chacun des nombres suivants proportionnels:

- ① 4, 5, x et 10 ② x , 20, 30 et 60 ③ 2, 7, 5 et $\frac{x}{2}$ ④ $\frac{x}{2}$, $\frac{7}{x}$, $\frac{3x}{2}$ et $\frac{7}{3}$

⑫ Trouve le nombre qu'il faut ajouter à chacun des nombres 7, 12, 11 et 18, pour que les nombres soient proportionnels.

⑬ Si $x : y = 2 : 5$, trouve la valeur de $(10x + 3y) : (5x + 2y)$

⑭ Si a , b , c et d sont des quantités proportionnelles, prouve chacun de ce qui suit:

- ① $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ② $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ③ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$

⑮ Si $\frac{a-2b}{c-2d} = \frac{5a+b}{5c+d}$, prouve que a , b , c et d sont des quantités proportionnelles.

⑰ Si $\frac{a+3b+3c}{3} = \frac{3a+4b-c}{4}$,
trouve la valeur de $\frac{a}{c}$

⑲ Si a , b et c sont des nombres positifs tels que $a:b:c = 2:3:4$ et $a^2 + b^2 + c^2 = 725$,
trouve la valeur de $a + b - c$

⑯ Si a , b , c et d sont des quantités proportionnelles, prouve que:

$$\frac{3a+4c}{3b+4d} = \frac{2a-c}{2b-d}$$

⑱ Si $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ et $x + y - 2z = 12$,
trouve la valeur de z

⑳ Si $\frac{x+y}{7} = \frac{y+z}{5} = \frac{x+z}{8}$,
trouve la valeur de $\frac{x+y+z}{x-z}$

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



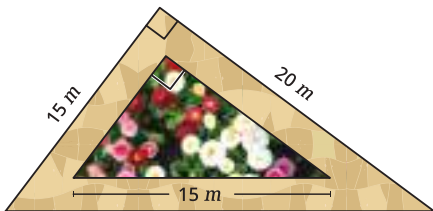
⑳ **Jeux informatiques:** Dans l'un des jeux informatiques, Omar, Khaled et Hamza ont marqué ensemble 581 points, de sorte que quatre fois les points d'Omar est égal à cinq fois les points de Khaled et est égal à sept fois les points de Hamza. Trouve les points obtenus par chacun d'eux.



㉑ **Paysagisme:**

Dans la figure ci-contre:

Un parterre de fleurs en forme de triangle rectangle à l'intérieur d'un terrain triangulaire dont les longueurs des côtés sont proportionnelles aux longueurs des côtés correspondants du parterre de fleurs. Quelles sont les longueurs des deux côtés de l'angle droit du parterre de fleurs?

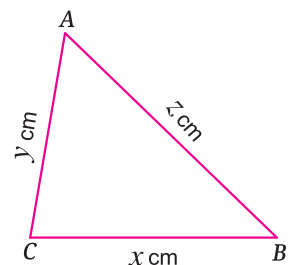


Pensée créative



㉒ Dans la figure ci-contre:

ABC est un triangle dont le périmètre est de 61 cm et les longueurs de ses côtés sont x cm, y cm et z cm. Si la longueur du côté x est réduite de 8 cm, la longueur du côté z est réduite de 4 cm et la longueur du côté y est augmentée de 15 cm, ces longueurs deviennent proportionnelles aux nombres 3, 5 et 8 respectivement. Calcule la longueur de $\overline{AB}$



㉓ Si $\frac{x^2-9}{y+3} = \frac{y^2+2xy}{x} = 13$, trouve la valeur de $x+y$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des propriétés de la proportion? Coche la case appropriée.


☐
☐
☐
☐

Leçon 1 - 2

La proportion en chaîne

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de proportion en chaîne.
- Connaître le concept de moyenne proportionnelle entre deux nombres.
- Utiliser les propriétés de la proportion en chaîne pour résoudre les exercices.
- Utiliser la proportion en chaîne pour résoudre certains problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La proportion en chaîne
- La moyenne proportionnelle

■ Réfléchis

- Les nombres 6, 9 et 18 sont-ils proportionnels ?
- Les nombres 3, 12 et 48 sont-ils proportionnels ?

Sois prêt!



Le Musée égyptien du Caire est considéré comme l'un des plus grands musées du monde et il offre à ses visiteurs une occasion exceptionnelle d'explorer l'ancienne civilisation égyptienne et d'en apprendre davantage sur la vie quotidienne des anciens Égyptiens. Dans le cadre d'une campagne publicitaire en ligne visant à promouvoir la visite du Musée égyptien, l'équipe marketing a remarqué que : Le coût de la publicité, le nombre de fois où elle a été diffusée et le nombre d'interactions sont proportionnels.

Si le coût de la publicité est de 25 000 Livres et que le nombre d'interactions est de 1 440, quel est le nombre de fois que la publicité a été diffusée ?

Dans cette leçon, tu reconnaîtras le concept de proportion en chaîne et ses propriétés, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.



Le Musée égyptien du Caire

Réfléchis et discute!



Bassem a un ruban de 19 cm de long, il veut en faire un triangle dont les longueurs des côtés sont proportionnelles, de sorte que la longueur du côté le plus long soit de 9 cm, quelles sont les longueurs des deux autres côtés ?



Apprends!



La proportion en chaîne

Si les quantités a , b et c sont proportionnelles, alors:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Cette proportion est appelée proportion en chaîne

- a est appelé la première proportionnelle.
- b est appelé la moyenne proportionnelle entre a et c
- c est appelé la troisième proportionnelle.

Par exemple :

- Les nombres 4, 6 et 9 sont en proportion en chaîne car:

$$\frac{4}{6} = \frac{6}{9} \text{ (Remarque que chacun des deux rapports est égal à } \frac{2}{3} \text{)}$$

- Les nombres 15, 12 et 10 ne sont pas en proportion en chaîne car: $\frac{15}{12} \neq \frac{12}{10}$

■ Information enrichissante

Si a , b et c sont des nombres proportionnels, alors b est appelé la moyenne géométrique entre a et c .

■ Auto-évaluation ①

- ① Trouve la première proportionnelle des nombres 12 et 9
- ② Trouve la moyenne proportionnelle entre les nombres 2 et 8
- ③ Trouve la moyenne proportionnelle entre $3x^3$ et $27x^3y$.

■ Auto-évaluation ②

Si Ibrahim a trois fils âgés de 5 ans, 7 ans et 11 ans actuellement, il y a combien d'années leurs âges étaient-ils proportionnels ?

La moyenne proportionnelle

Si b est la moyenne proportionnelle entre a et c , alors : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$
par la multiplication croisée, on a :

$$b^2 = ac \quad \text{et donc} \quad b = \pm \sqrt{ac}$$

Exemple ①

- ① Trouve la troisième proportionnelle des nombres 6 et 18
- ② Trouve la moyenne proportionnelle entre les nombres 15 et 135
- ③ Trouve la moyenne proportionnelle entre $3(x+y)^2$ et $12(x-y)^2$



- ① En supposant que la troisième proportionnelle soit x
 $\therefore 6, 18 \text{ et } x \text{ sont des nombres proportionnels}$
 $\therefore \frac{6}{18} = \frac{18}{x} \quad \therefore 6x = 18 \times 18 \quad \therefore x = \frac{18 \times 18}{6} = 54$

Ainsi, la troisième proportionnelle des nombres 6 et 18 est 54

- ② En supposant que la moyenne proportionnelle entre les nombres 15 et 135 soit x
 $\therefore x = \pm \sqrt{15 \times 135} = \pm 45$

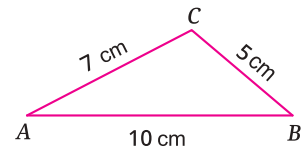
Ainsi, la moyenne proportionnelle entre les nombres 15 et 135 est ± 45

- ③ En supposant que la moyenne proportionnelle entre $3(x+y)^2$ et $12(x-y)^2$ soit b
 $\therefore b = \pm \sqrt{3(x+y)^2 \times 12(x-y)^2} = \pm \sqrt{36((x+y)(x-y))^2}$
 $= \pm \sqrt{36(x^2 - y^2)^2} = \pm 6(x^2 - y^2)$

Ainsi, la moyenne proportionnelle entre $3(x+y)^2$ et $12(x-y)^2$ est $\pm 6(x^2 - y^2)$

Exemple ②

Quel est le nombre de centimètres qui doit être soustrait de la longueur de chaque côté du triangle opposé pour que les longueurs de ses côtés deviennent proportionnelles ?



En supposant que le nombre de centimètres soit x
 $\therefore 5-x, 7-x$ et $10-x$ sont des nombres proportionnels.

$$\therefore \frac{5-x}{7-x} = \frac{7-x}{10-x} \quad \therefore (7-x)^2 = (5-x)(10-x)$$

$$\therefore 49 - 14x + \cancel{x^2} = 50 - 15x + \cancel{x^2}$$

$$\therefore 15x - 14x = 50 - 49 \quad \therefore x = 1$$

$\therefore$ Le nombre de centimètres à soustraire est de 1 cm.

■ Auto-évaluation ③

Si b est la moyenne proportionnelle entre a et c

Prouve que :

$$\left(\frac{b-c}{a-b}\right)^2 = \frac{c}{a}$$

■ Auto-évaluation ④

Si X , y et 27 sont en proportion et

$$X - y = 30$$

Trouve chacun de X et y

Remarque

Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ où k est une constante non nulle, alors :

$$(1) \quad b = ck$$

$$(2) \quad a = bk = (ck)k$$

$$\therefore a = ck^2$$

Exemple 3

Si b est la moyenne proportionnelle entre a et c

$$\text{Prouve que : } \frac{3a+5b}{3b+5c} = \frac{2a-3b}{2b-3c}$$



$\therefore b$ est la moyenne proportionnelle entre a et c

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\therefore b = ck \quad \text{et} \quad a = ck^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{3a+5b}{3b+5c} &= \frac{3(ck^2)+5(ck)}{3(ck)+5c} \\ &= \frac{ck(3k+5)}{c(3k+5)} = k \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{2a-3b}{2b-3c} &= \frac{2(ck^2)-3(ck)}{2(ck)-3c} \\ &= \frac{ck(2k-3)}{c(2k-3)} = k \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{De (1) et (2), nous concluons que : } \frac{3a+5b}{3b+5c} = \frac{2a-3b}{2b-3c}$$

■ Diversité des stratégies

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\therefore \frac{3a}{3b} = \frac{5b}{5c} = k$$

$$\therefore \frac{3a+5b}{3b+5c} = k \quad (1)$$

$$\frac{2a}{2b} = \frac{-3b}{-3c} = k$$

$$\therefore \frac{2a-3b}{2b-3c} = k \quad (2)$$

De (1) et (2), nous concluons que :

$$\frac{3a+5b}{3b+5c} = \frac{2a-3b}{2b-3c}$$

Exemple 4

Si X , y et 18 sont en proportion et $X + y = 20$, trouve chacun de X et y



$\therefore X$, y et 18 sont en proportion.

$$\therefore \frac{X}{y} = \frac{y}{18} \quad \therefore \frac{X+y}{y+18} = \frac{y}{18} \quad (\text{Les propriétés de la proportion})$$

$$\therefore \frac{20}{y+18} = \frac{y}{18} \quad \therefore y^2 + 18y = 360 \quad (\text{La multiplication croisée})$$

$$\therefore y^2 + 18y - 360 = 0 \quad \therefore (y-12)(y+30) = 0$$

$$\therefore y - 12 = 0 \quad \text{ou} \quad y + 30 = 0$$

$$\therefore y = 12 \quad y = -30$$

$$\therefore X = 20 - 12 \quad X = 20 + 30$$

$$\therefore X = 8 \quad X = 50$$

La généralisation de la proportion en chaîne

Les quantités $a, b, c, d, \dots$ sont dites être en proportion en chaîne si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \dots$

Dans ce cas : b est appelé la moyenne proportionnelle entre a et c et c est appelé la moyenne proportionnelle entre b et d et ainsi de suite...

Par exemple :

Les nombres 24, 12, 6 et 3 sont en proportion en chaîne.

Car : $\frac{24}{12} = \frac{12}{6} = \frac{6}{3}$ (Remarque que chaque rapport est égal à 2)

Remarque que :

12 est une moyenne proportionnelle entre 24 et 6 où : $(12)^2 = 24 \times 6$

6 est une moyenne proportionnelle entre 12 et 3 où : $(6)^2 = 12 \times 3$

Remarque

Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$ où k est une constante non nulle, alors :

$$\textcircled{1} \quad c = dk$$

$$\textcircled{2} \quad b = ck = (dk)k \\ \therefore b = dk^2$$

$$\textcircled{3} \quad a = bk = (dk^2)k \\ \therefore a = dk^3$$

■ Auto-évaluation ⑤

Si a, b, c et d sont en proportion en chaîne, prouve que :

$$\frac{c^2 - d^2}{a - c} = \frac{bd}{a}$$

■ Auto-évaluation ⑥

Si a, b, c et d sont en proportion en chaîne, prouve que :

$$\frac{b^2 - c^2}{c + d} = \frac{a^2 - bc}{a + b + c}$$

■ Remarque que

Dans l'exemple ⑥

$$(dk^3)^2 = dk^3 \times dk^3 \\ = d^2 k^6$$

$$(dk^2)^2 = dk^2 \times dk^2 \\ = d^2 k^4$$

Exemple 5

Si 3, a, b et 24 sont en proportion en chaîne, trouve la valeur de chacun de a et b



$\therefore 3, a, b$ et 24 sont en proportion en chaîne.

$$\therefore \frac{3}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{24} = k \quad (k \neq 0)$$

$$\therefore 3 = 24k^3 \quad \therefore k^3 = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \quad \therefore k = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = 24k^2 = 24 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 \quad \text{et} \quad b = 24k = 24 \times \frac{1}{2} = 12$$

Exemple 6

Si a, b, c et d sont en proportion en chaîne, prouve que : $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{ac}{bd}$



$\therefore a, b, c$ et d sont en proportion en chaîne.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k, \quad (k \neq 0) \quad \therefore c = dk, \quad b = dk^2 \quad \text{et} \quad a = dk^3$$

$$\therefore \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{(dk^3)^2 + (dk)^2}{(dk^2)^2 + d^2} = \frac{d^2 k^6 + d^2 k^2}{d^2 k^4 + d^2} = \frac{\cancel{d^2} k^2 (\cancel{k^4} + 1)}{\cancel{d^2} (\cancel{k^4} + 1)} = k^2 \quad (1)$$

$$\frac{ac}{bd} = \frac{dk^3 \times dk}{dk^2 \times d} = \frac{\cancel{d^2} k^4}{\cancel{d^2} k^2} = k^2 \quad (2)$$

De (1) et (2), nous concluons que : $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{ac}{bd}$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Lesquels des nombres suivants sont proportionnels?
(a) 2, 6 et 4 (b) 3, 5 et 8
(c) 3, 9 et 27 (d) 1, 4 et 9
- ③ Si b est une moyenne proportionnelle entre 3 et 12, quelle est la valeur de b ?
(a) ± 4 (b) ± 6
(c) ± 9 (d) ± 36
- ⑤ Quel est la troisième proportionnelle des nombres x^3 et $2x^2$?
(a) $2x$ (b) $4x$
(c) x^2 (d) $2x^5$
- ⑦ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 3$, alors lequel de ce qui suit est correct?
(a) $a = 3c$ (b) $a = 9b$
(c) $a = 9c$ (d) $a = 6c$
- ⑨ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 3$, alors quelle est la valeur de $\frac{a+b+c}{b+c+d}$?
(a) 1 (b) 3 (c) 9 (d) 6
- ② Si a est la première proportionnelle des nombres 4 et 16, quelle est la valeur de a ?
(a) 8 (b) 4
(c) 2 (d) 1
- ④ Si x est la moyenne proportionnelle positive entre les nombres 24 et 54, quelle est la valeur de x ?
(a) 15 (b) 36
(c) 39 (d) 78
- ⑥ Si b est une moyenne proportionnelle entre $(12 - \sqrt{32})$ et $(3 + \sqrt{2})$, quelle est la valeur de b ?
(a) $\pm \sqrt{7}$ (b) $\pm 2\sqrt{7}$
(c) $\pm 4\sqrt{7}$ (d) $\pm 16\sqrt{7}$
- ⑧ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{1}{2}$, alors lequel de ce qui suit est correct?
(a) $a = 2c$ (b) $c = 2a$
(c) $a = 4c$ (d) $c = 4a$
- ⑩ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 4$, alors quelle est la valeur de $\frac{a+d}{d}$?
(a) 65 (b) 49 (c) 37 (d) 25

► Découvre l'erreur :

- ⑪ Mostafa et Mohamed ont résolu le problème suivant:

Si b est une moyenne proportionnelle entre a et c , prouve que: $\frac{3a+4b}{3b+4c} = \frac{a}{b}$

La solution de Mohamed:

$\therefore b$ est la moyenne proportionnelle entre a et c

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore a = ck^2 \text{ et } b = ck$$

$$\therefore \frac{3a+4b}{3b+4c} = \frac{3ck^2+4ck}{3ck+4c} = \frac{ck(3k+4)}{c(3k+4)} = k$$

$$\therefore \frac{3a+4b}{3b+4c} = \frac{a}{b}$$

La solution de Mostafa:

$\therefore b$ est la moyenne proportionnelle entre a et c

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore \frac{3a}{3b} = \frac{4b}{4c} = k$$

$$\therefore \frac{3a+4b}{3b+4c} = k$$

$$\therefore \frac{3a+4b}{3b+4c} = \frac{a}{b}$$

Lequel d'entre eux a suivi la méthode correcte dans la solution ? Discute

Deuxièmement

Appliquer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

⑫ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, alors $\frac{a}{c}$ est égal à:

- (a) b^2 (b) $\frac{a+b}{b+c}$
(c) $\frac{a^2}{b^2}$ (d) $\frac{a \cdot c}{b^2}$

⑬ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{4}$ et $a - b = -1$, alors quelle est la valeur de $a \times b$?

- (a) 1 (b) 2
(c) 4 (d) 8

⑭ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{4}{5}$ et $a + b + c = 122$, alors quelle est la valeur de a ?

- (a) 4 (b) 32 (c) 40 (d) 50

► Réponds aux questions suivantes:

⑮ Dans chacun de ce qui suit, si les nombres donnés sont en proportion, trouve la valeur de X :

- ① 25, 75 et X ② X , 24 et 144 ③ 15, X et 60

⑯ Dans chacun de ce qui suit, trouve la valeur de chacun de X et Y , étant donné que les quantités sont en proportion en chaîne:

- ① X , 6, 12 et Y ② 2, X , Y et 54

⑰ Quel est le nombre qu'il faut ajouter à chacun des nombres 3, 8 et 18, pour que les nombres soient proportionnels?

⑱ Si b est la moyenne proportionnelle entre a et c , prouve que:

- ① $\frac{a-c}{a+b} = \frac{a-2b+c}{a-b}$ ② $\frac{4a^2-9b^2}{4b^2-9c^2} = \frac{a}{c}$

⑲ Si a , b , c et d sont en proportion en chaîne, prouve que : $\frac{a^3+b^3+c^3}{b^3+c^3+d^3} = \frac{a}{d}$

⑳ Si a , b , c et d sont en proportion en chaîne, prouve que : $(b+c)$ est une moyenne proportionnelle entre $(a+b)$ et $(c+d)$

㉑ Si $\frac{3a-4b}{3b-4c} = \frac{b-a}{c-b}$, prouve que : b est la moyenne proportionnelle entre a et c

㉒ Si les nombres 3, X et Y sont proportionnels et $X+Y=18$, trouve la valeur de chacun de X et Y

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



㉓ **Valeurs nationales** : Un drapeau commémoratif a été conçu en forme de triangle utilisé pour l'échange entre les équipes lors des matchs de football comme indiqué sur la figure, de telle sorte que la surface de la partie supérieure, la surface de la partie médiane et la surface de la partie inférieure soient proportionnelles. Si la surface de la partie médiane est de 80 cm^2 , tandis que la surface de la partie supérieure est de 200 cm^2 , quelle est la surface du drapeau ?



Pensée créative



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

㉔ Si $a : b = b : c$, alors $a^4 : b^4$ est égal à:

- (a) $ac : b^2$ (b) $a^2 : c^2$ (c) $c^2 : a^2$ (d) $b^2 : ac$

㉕ Si b est la moyenne proportionnelle entre a et c , alors $(a-b)^3 : (b-c)^3$ est égal à:

- (a) $a^3 : c^3$ (b) $a^2 : c^2$ (c) $a^3 : b^3$ (d) $b^2 : c^2$

Évalue ta compréhension!

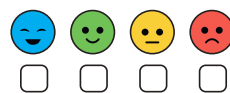
Quel est ton niveau de compréhension de la proportion en chaîne? Coche la case appropriée



Évaluation de l'unité 1

Évalue ta compréhension !

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 1 ? Coche la case appropriée



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si $a : b = c : d$, alors $\frac{2a+5c}{2b+5d}$ n'est pas égal à: (a) $\frac{a}{b}$ (b) $\frac{c}{d}$ (c) $\frac{a+c}{b+d}$ (d) $\frac{a-c}{d-b}$
- ② Si $3X = 5Y = 4Z$, alors $X : Y : Z$ est égal à: (a) $9 : 12 : 16$ (b) $20 : 12 : 15$ (c) $15 : 10 : 9$ (d) $8 : 5 : 3$
- ③ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 3$, alors quelle est la valeur de $\frac{2a+3b}{4b-3c}$? (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) $\frac{2}{3}$
- ④ Quel est la troisième proportionnelle des deux quantités $X^2 - Y^2$ et $X - Y$? (a) $X + Y$ (b) $X - Y$ (c) $\frac{X+Y}{X-Y}$ (d) $\frac{X-Y}{X+Y}$

► Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse:

- ⑤ Si les nombres a , b et 32 sont proportionnels et $a + b = 10$, alors $(a ; b) = \dots\dots\dots$
- ⑥ Si le rapport entre les longueurs des côtés d'un triangle est $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ et que son périmètre est égal à 104 cm, alors la longueur du côté le plus long dans le triangle est égal à $\dots\dots\dots$ cm
- ⑦ Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 2$, alors $\frac{a+d}{b} = \dots\dots\dots$
- ⑧ La moyenne proportionnelle entre les nombres 3 et 48 est égale à $\dots\dots\dots$

► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Si a , b , c et d sont en proportion en chaîne, prouve que : $\frac{a-b}{a-2b+c} = \frac{a+b+c}{a-d}$
- ⑩ Si les quantités : 35, 15, 3 et $2X + 1$ sont proportionnelles, trouve la valeur numérique de X
- ⑪ Si $\frac{a+b}{25} = \frac{a-b}{11} = \frac{a+b-c}{8}$, trouve le rapport $a : b : c$
- ⑫ Trouve le nombre qu'il faut soustraire à chacun des nombres 6, 9 et 15, pour que les nombres soient proportionnels

Activité de l'unité 1 La proportion dans notre vie

► **L'objectif de l'activité:** Acquérir la compétence d'utiliser le concept de proportion dans des situations de la vie.

► **Les étapes de mise en œuvre:**

Divise la classe en groupes, chaque groupe étant composé de 3 étudiants et demande-leur de mettre en œuvre les étapes suivantes:

- Chaque groupe utilise le tableau ci-contre, propose des noms pour certains articles et détermine ainsi la situation exprimée par les données de ce tableau.
- Rechercher les valeurs inconnues dans le tableau, puis trouver les valeurs appropriées et correctes pour que les quantités soient proportionnelles pour les différents articles.
- S'il y a un quatrième article et que la quantité est 15 et le prix est 70, cet article est-il considéré proportionnel aux trois premiers articles ?
- Clarifier les étapes pour répondre aux questions précédentes en expliquant la validité des résultats obtenus.



	Quantité / Nombre	Prix / Coût
Premier article	4	40
Deuxième article		60
Troisième article	5	

UNITÉ 2

L'algèbre

Leçons de l'unité-

2-1 Le produit cartésien

2-2 La relation et la fonction

2-3 La fonction linéaire

2-4 Les équations et les inéquations du premier degré à une variable



Le concept de la fonction linéaire est considéré comme l'une des fondements mathématiques sur lesquels repose l'étude des modèles intelligents, qui apparaissent clairement dans les applications de l'intelligence artificielle, car les modèles intelligents dépendent de la prédiction des résultats basée sur les relations mathématiques entre les variables.

► Les concepts et les lois des relations et des fonctions linéaires peuvent-ils être utilisés dans les applications d'intelligence artificielle?

Les enjeux et les compétences de la vie

- La communication mathématique
- La pensée critique
- La pensée créative
- Le développement durable

Les valeurs

- L'appréciation de l'art
- Le respect de l'autre
- La conscience civilisationnelle
- Le travail d'équipe
- L'épargne

Leçon 2 - 1

Le produit cartésien

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de produit cartésien.
- Connaître le concept de couple.
- Connaître la condition d'égalité de deux couples.
- Représenter le produit cartésien de deux ensembles en utilisant le diagramme sagittal et le diagramme cartésien.
- Utiliser le produit cartésien pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Le couple
- La première projection
- La deuxième projection
- Le produit cartésien
- Le diagramme sagittal
- Le diagramme cartésien

■ Pensée critique

Indique la différence entre : Le couple $(a; b)$ et l'ensemble $\{a; b\}$.

Sois prêt!



Les échecs sont considérés comme l'un des jeux mentaux les plus célèbres qui nécessitent une grande concentration, une pensée logique et une planification précise et qui développent les compétences d'analyse, de prise de décision et de résolution de problèmes.



Cela se joue sur un plateau composé de huit rangées numérotées de 1 à 8, huit colonnes portant des lettres de A à H et chaque rangée croise chaque colonne dans une seule case parmi les 64 cases du plateau.

Comment peux-tu nommer chaque case pour déterminer son emplacement avec précision sur le plateau ?

Dans cette leçon, tu apprendras le concept de couple, le produit cartésien et comment le représenter ; ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Un magasin propose un téléphone en trois couleurs: bleu, doré et noir et avec trois capacités de stockage 128, 256 et 512 gigaoctets. Combien d'options sont disponibles pour acheter un téléphone de ce type ?

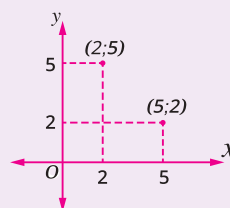


Apprends!



Le couple

- Le couple $(a; b)$ se compose de deux projections: La première projection a et la deuxième projection b . Le couple exprime la position d'un point dans le plan de coordonnées orthogonal.
 - Si $a \neq b$, alors $(a; b) \neq (b; a)$
Par exemple $(5; 2) \neq (2; 5)$
- Parce que chacun d'eux exprime un point différent dans le plan de coordonnées.



L'égalité de deux couples

Si $(X; Y) = (a; b)$, alors $X = a$ et $Y = b$.

Exemple 1 Trouve la valeur de chacun de X et Y dans chacun de ce qui suit:

$$\begin{aligned} 1 \quad & (X; Y - 2) = (3; 3) \\ 3 \quad & (3X^2; \frac{Y^3}{2}) = (12; -32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad & (X + 3; XY) = (5; -8) \\ 4 \quad & (\sqrt{X}; \frac{Y^2}{5}) = (3; 4) \end{aligned}$$

■ Auto-évaluation ①

Trouve les valeurs des variables dans chacun de ce qui suit :

- ① $(2x; -3y) = (8; 6)$
- ② $(2a + 1; 8) = (7; \frac{1}{2}b)$
- ③ $(x^2 + 1; \sqrt[3]{y}) = (5; -2)$

■ L'histoire des mathématiques

Le produit cartésien a été nommé d'après le scientifique français René Descartes, le fondateur de la géométrie analytique, qui a lié l'algèbre et la géométrie en utilisant les coordonnées.



René Descartes
(1596 - 1650)

■ Auto-évaluation ②

Si $X = \{1; 2; 3\}$ et $Y = \{2; 5\}$

- ① Trouve: $X \times Y$ et représente-le en utilisant un diagramme sagittal.
- ② Trouve: $Y \times X$ et représente-le en utilisant un diagramme cartésien.

■ Réfléchis avec tes camarades

Si X et Y sont deux ensembles non vides, est-ce que $X \times Y = Y \times X$? Si la réponse est: Non, quand cela est-il vérifié ? Discute.



$$\textcircled{1} \because (x; y - 2) = (3; 3)$$

$$\therefore x = 3$$

$$y - 2 = 3 \quad \therefore y = 3 + 2 = 5$$

$$\textcircled{3} \because (3x^2; \frac{y^3}{2}) = (12; -32)$$

$$\therefore 3x^2 = 12 \quad \therefore x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$\frac{y^3}{2} = -32 \quad \therefore y^3 = -64$$

$$\therefore y = \sqrt[3]{-64} = -4$$

$$\textcircled{2} \because (x + 3; xy) = (5; -8)$$

$$\therefore x + 3 = 5 \quad \therefore x = 5 - 3 = 2$$

$$xy = -8 \quad \therefore 2y = -8 \quad \therefore y = -4$$

$$\textcircled{4} \because (\sqrt{x}; \frac{y^2}{5}) = (3; 4)$$

$$\therefore \sqrt{x} = 3 \quad \therefore x = 9$$

$$\frac{y^2}{5} = 4 \quad \therefore y^2 = 20$$

$$\therefore y = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$$

Le produit cartésien de deux ensembles finis

Si X et Y sont deux ensembles non vides, alors:

- ① Le produit cartésien de l'ensemble X par l'ensemble Y est l'ensemble de tous les couples dont la première projection est un élément de X et dont la deuxième projection est un élément de Y et il est noté $X \times Y$ et se lit comme « X croisé Y »

C'est-à-dire que: $X \times Y = \{(x; y) : x \in X, y \in Y\}$

- ② Le produit cartésien de l'ensemble Y par l'ensemble X est l'ensemble de tous les couples dont la première projection est un élément de Y et dont la deuxième projection est un élément de X

et il est noté $Y \times X$ et se lit comme « Y croisé X »

C'est-à-dire que: $Y \times X = \{(y; x) : y \in Y, x \in X\}$

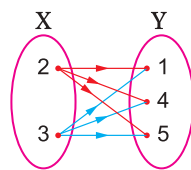
Le produit cartésien peut être représenté de deux manières:
Le diagramme sagittal et le diagramme cartésien.

Exemple ②

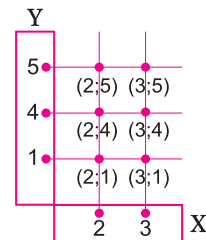
Si $X = \{2; 3\}$ et $Y = \{1; 4; 5\}$, trouve $X \times Y$ et représente-le en utilisant le diagramme sagittal et le diagramme cartésien.



$$X \times Y = \{2; 3\} \times \{1; 4; 5\} = \{(2; 1), (2; 4), (2; 5), (3; 1), (3; 4), (3; 5)\}$$



Le diagramme sagittal



Le diagramme cartésien

► Essaie toi-même de trouver $Y \times X$ et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien.

■ Pensée critique

Si X est un ensemble non vide, quel est le produit cartésien $X \times \emptyset$?

■ Auto-évaluation ③

- ① Si $X = \{7, 8\}$

Trouve: X^2
et représente-le en utilisant un diagramme sagittal.

- ② Si $X = \{3, 4, 6\}$

Trouve: $X \times X$
et représente-le en utilisant un diagramme cartésien.

■ Auto-évaluation ④

Si $X = \{5\}$, $Y = \{2, 3\}$ et $Z = \{2, 4, 5\}$

Trouve chacun de ce qui suit:

- ① $Y \times (Y \cup Z)$
- ② $(X \cap Z) \times (Y \cap Z)$
- ③ $(Z - Y) \times (Z - X)$

Remarque

Si X est un ensemble non vide, alors : $X \times X = \{(x; y) : x \in X, y \in X\}$ et parfois écrit comme X^2 , et se lit comme « X deux».

Exemple ③

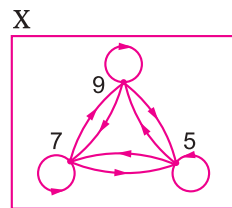
Si $X = \{5; 7; 9\}$

Trouve X^2 et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien.

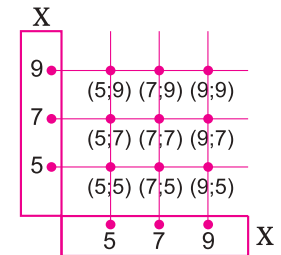


$$X^2 = X \times X = \{5; 7; 9\} \times \{5; 7; 9\}$$

$$= \{(5; 5), (5; 7), (5; 9), (7; 5), (7; 7), (7; 9), (9; 5), (9; 7), (9; 9)\}$$



Le diagramme sagittal



Le diagramme cartésien

Exemple ④

Si $X = \{-1; 0; 1\}$, $Y = \{0; 1; 2\}$ et $Z = \{4\}$

Trouve chacun de ce qui suit:

- ① $(X \cup Y) \times Z$
- ② $(X \cap Y) \times Y$
- ③ $(X - Y) \times (Y - X)$



$$\textcircled{1} (X \cup Y) \times Z = \{-1; 0; 1; 2\} \times \{4\} = \{(-1; 4), (0; 4), (1; 4), (2; 4)\}$$

$$\textcircled{2} (X \cap Y) \times Y = \{0; 1\} \times \{0; 1; 2\} \\ = \{(0; 0), (0; 1), (0; 2), (1; 0), (1; 1), (1; 2)\}$$

$$\textcircled{3} (X - Y) \times (Y - X) = \{-1\} \times \{2\} = \{(-1; 2)\}$$

Le nombre d'éléments du produit cartésien

Si nous notons le nombre d'éléments de l'ensemble X par $\text{Card}(X)$ et le nombre d'éléments de l'ensemble Y par $\text{Card}(Y)$, alors:

$$\text{Card}(X \times Y) = \text{Card}(X) \times \text{Card}(Y) \quad \text{et} \quad \text{Card}(X^2) = (\text{Card}(X))^2$$

Par exemple:

Si $X = \{0; 1; 3\}$ et $Y = \{7; 8\}$.

Alors $\text{Card}(X) = 3$, $\text{Card}(Y) = 2$

et $\text{Card}(X \times Y) = \text{Card}(Y \times X) = 3 \times 2 = 6$, $\text{Card}(X^2) = 3^2 = 9$,

$\text{Card}(Y^2) = 2^2 = 4$

■ Auto-évaluation ⑤

Si $X = \{1; 2; 3\}$ et
 $\text{Card}(X \times Y) = 21$
Trouve: $\text{Card}(Y^2)$

■ Réfléchis avec tes camarades

À quels produits cartésiens suivants:

$N \times N$, $Z \times Z$, $Q \times Q$ et $R \times R$
 chacun des couples suivants appartient à:
 (Écris tous les produits possibles)

① $(\sqrt{4}; 5)$

② $(\sqrt[3]{-8}; 3)$

③ $(2\frac{1}{2}; \frac{1}{3})$

④ $(\sqrt{5}; 1)$

Exemple 5

Si $Z = \{1; 5\}$, $\text{Card}(X \times Y) = 12$ et $\text{Card}(X^2) = 16$
 Trouve: $\text{Card}(Y \times Z)$



$\therefore \text{Card}(X^2) = 16$

$\therefore \text{Card}(X) = 4$

$\therefore \text{Card}(X \times Y) = \text{Card}(X) \times \text{Card}(Y) \quad \therefore 12 = 4 \times \text{Card}(Y)$

$\therefore \text{Card}(Y) = 3 \quad \therefore \text{Card}(Z) = 2 \quad \therefore \text{Card}(Y \times Z) = 3 \times 2 = 6$

Le produit cartésien de deux ensembles infinis

Si X est un ensemble infini, alors $X \times X$ est également un ensemble infini.
 Des exemples de cela sont:

$N \times N = \{(x; y) : x \in N, y \in N\}$ où N est l'ensemble des nombres naturels.

$Z \times Z = \{(x; y) : x \in Z, y \in Z\}$ où Z est l'ensemble des nombres entiers.

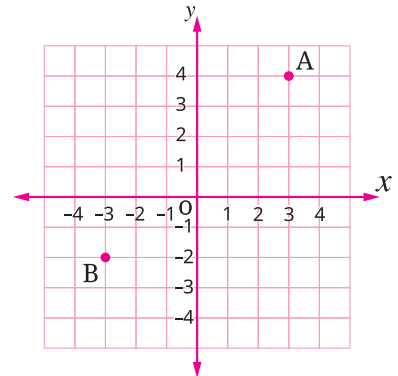
$Q \times Q = \{(x; y) : x \in Q, y \in Q\}$ où Q est l'ensemble des nombres rationnels.

$R \times R = \{(x; y) : x \in R, y \in R\}$ où R est l'ensemble des nombres réels.

Par exemple:

► La figure ci-contre représente une petite partie du quadrillage orthogonal du produit cartésien $Z \times Z$ et chaque point d'intersection représente l'un des couples dans $Z \times Z$ où:

$A(3; 4) \in Z \times Z$ et $B(-3; -2) \in Z \times Z$



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Si $(a; 3) = (-2; b)$, alors $a + b = \dots\dots\dots$
 (a) -5 (b) -1 (c) 1 (d) 5

③ $\{3\} \times \{5\} = \dots\dots\dots$
 (a) $\{15\}$
 (c) $\{3; 5\}$

(b) $\{3; 5\}$
 (d) $\{(3; 5)\}$

② Si $(x; y - 1) = (4; 3)$, alors $\frac{x}{y} = \dots\dots\dots$
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

④ Si $X = \{a; b; c\}$ et $Y = \{2; 3; 5\}$, alors $(a; 5) \dots\dots\dots Y \times X$
 (a) $\in$ (b) $\notin$ (c) $\subset$ (d) $\not\subset$

⑤ Si $X = \{3 ; 5\}$ et $Y = \{6 ; 7\}$,
alors $(6 ; 7) \in \dots\dots\dots$

- (a) $X \times Y$ (b) $Y \times X$
(c) X^2 (d) Y^2

⑦ Si $X = \{5 ; 7 ; 9\}$ et $\text{Card}(X \times Y) = 6$,
alors $\text{Card}(Y^2) = \dots\dots\dots$

- (a) 4 (b) 6 (c) 9 (d) 12

⑨ Si $X = \{2 ; 3 ; 4 ; 7 ; 8\}$ et $Y = \{1 ; 4 ; 5 ; 6\}$,
alors $\text{Card}(X^2) - \text{Card}(Y \times X) = \dots\dots\dots$

- (a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 25

⑪ Si $X \times Y = \{(a ; 5) , (4 ; 7) , (9 ; b) , (9 ; 5)\}$,
alors $X = \dots\dots\dots$

- (a) $\{7 ; 9\}$ (b) $\{4 ; 7\}$
(c) $\{4 ; 9\}$ (d) $\{5 ; 9\}$

⑥ À quel produit cartésien parmi les suivants
appartient le point $(\frac{1}{2} ; \sqrt{5})$?

- (a) $N \times N$ (b) $Z \times Z$
(c) $Q \times Q$ (d) $R \times R$

⑧ Si $X \times Y = \{(1 ; 4) , (1 ; 7) , (1 ; 8)\}$,
alors $\text{Card}(Y^2) = \dots\dots\dots$

- (a) 1 (b) 3 (c) 6 (d) 9

⑩ Si $\text{Card}(X^2) = 9$ et $\text{Card}(X \times Y) = 12$,
alors $\text{Card}(Y^2) = \dots\dots\dots$

- (a) 4 (b) 6 (c) 9 (d) 16

⑫ Si $X^2 = \{(4 ; 9) , (a ; a) , (b ; a) , (b ; b)\}$,
alors $X = \dots\dots\dots$

- (a) $\{2 ; 3\}$ (b) $\{4 ; 9\}$
(c) $\{4\}$ (d) $\{9\}$

Deuxièmement

Appliquer les concepts



⑬ Trouve la valeur de chacun de X et Y dans chacun de ce qui suit:

① $(X^2 ; 7) = (4 ; Y^2 - 2)$

② $(5^{X-2} ; XY) = (1 ; 18)$

⑭ Si $(2a - 3 ; 4) = (4a ; b + 5)$, trouve la valeur de $|2a - b|$

⑮ Si $X = \{3 ; 2\}$ et $Y = \{2 ; 4\}$, trouve chacun de ce qui suit et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien:

- ① $X \times Y$ ② $Y \times X$ ③ X^2 ④ Y^2

⑯ Si $X = \{1 ; 2 ; 3\}$ et $Y = \{X ; Y\}$, trouve chacun de ce qui suit et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien:

- ① $X \times Y$ ② $Y \times X$ ③ X^2 ④ Y^2

⑰ Si $X = \{6 ; 4 ; 8\}$ et $Y = \{3 ; 4 ; 5\}$, trouve chacun de ce qui suit et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien:

- ① $(X \cap Y) \times Y$ ② $(X - Y) \times Y$ ③ $(Y - X) \times X$

18 Si $X \times Y = \{(3; 3), (4; 3), (3; 7), (4; 7), (3; 8), (4; 8)\}$, trouve chacun de ce qui suit:

① X et Y

② $Y \times (X \cap Y)$

③ $(X - Y) \times (Y - X)$

④ $(X \cup Y) \times (X \cap Y)$

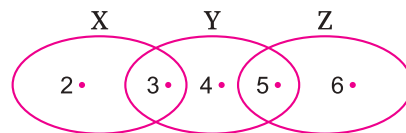
⑤ $\text{Card}(Y^2)$

⑥ $\text{Card}(X^2)$

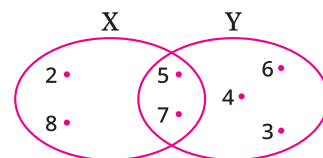
19 La figure ci-contre représente un diagramme de Venn pour les ensembles X , Y et Z , trouve:

① $X \times (Y \cap Z)$

② $(X \cup Y) \times (Y - Z)$



20 La figure ci-contre représente un diagramme de Venn pour les deux ensembles X et Y ,
trouve: $(X - Y) \times (Y - X)$



Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



21 Pour numéroté une des voitures

appartenant à une entreprise, on choisit
un numéro parmi les numéros $\{1; 3; 5; 7\}$
avec une lettre parmi les lettres $\{a; b; c\}$,
de combien de façons peut-on numéroté
cette voiture ?



Les règles et les consignes de circulation doivent être respectées lors de la conduite de la voiture pour garantir la sécurité des individus.

22 **Probabilité:**

Si $X = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$, un couple est choisi au hasard dans le produit cartésien $X \times X$,
quelle est la probabilité que le couple choisi appartienne au produit cartésien
 $\{1; 2; 3\} \times \{1; 2; 3; 4\}$?

Pensée créative



23 Si $X = \{1; 2; 3\}$ et $Y = \{a; b; c\}$

Combien de couples $(X; y) \in X \times Y$ vérifient
que la première projection est un nombre impair
et que la deuxième projection n'est pas b ?

24 **Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:**

Si $\text{Card}(X) = k$, $\text{Card}(X \times Y) = k + 4$, alors: $\text{Card}(Y)$ ne peut pas être égal à:

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension du produit cartésien?

Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 2

La relation et la fonction

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de relation.
- Exprimer la relation de différentes manières.
- Connaître le concept de l'ensemble définition de la relation et de l'ensemble image de la relation.
- Connaître le concept de fonction.
- Déterminer quand la relation est une fonction.
- Connaître le concept de l'ensemble de définition de la fonction, de son ensemble d'arrivée et de son ensemble image.
- Représenter la fonction de différentes manières.
- Exprimer la fonction de manière symbolique.

■ Vocabulaire

- La relation
- La fonction
- Le diagramme sagittal
- La représentation graphique
- Le tableau de la relation
- L'ensemble de définition
- L'ensemble image
- L'ensemble d'arrivée

Sois prêt!



Le monde arabe comprend 22 pays et tous sont regroupés par la Ligue des États arabes. En supposant que X soit l'ensemble des noms des pays arabes et Y soit l'ensemble des noms des capitales des pays arabes, peux-tu trouver l'ensemble de tous les couples dont la première projection appartient à X et la deuxième projection appartient à Y , de sorte que la première projection soit le nom du pays et la deuxième projection soit le nom de sa capitale ?

- Cet ensemble est-il le produit cartésien de $X \times Y$? ou un sous-ensemble de celui-ci ?
- Est-il possible qu'un des pays arabes ait deux capitales ? Et est-il possible que l'un d'eux n'ait pas de capitale ?



L'emblème de la Ligue des États arabes

Dans cette leçon, tu apprendras les concepts de relation et de fonction, comment les exprimer de différentes manières, et nous déterminerons quand la relation est une fonction, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.

Réfléchis et discute!



Si $X = \{1 ; 2 ; 3\}$ et $Y = \{1 ; 2 ; 4 ; 6\}$

Trouve le produit cartésien de $X \times Y$

Et peux-tu déterminer les couples $(x ; y)$ qui appartiennent au produit cartésien de $X \times Y$ et vérifie que $y = 2x$? Discute.

Apprends!



Premièrement La relation

Si X et Y sont deux ensembles non-vides, alors la relation de l'ensemble X vers l'ensemble Y est un sous-ensemble du produit cartésien de $X \times Y$ et nous la noterons par le symbole R , où $R \subset X \times Y$ et c'est une relation qui relie certains ou tous les éléments de X à certains ou tous les éléments de Y .

Cela signifie que: la relation de l'ensemble X vers l'ensemble Y est un ensemble de couples dont la première projection appartient à X et dont la deuxième projection appartient à Y .

- L'ensemble de définition de la relation est l'ensemble de toutes les premières projections des couples dans la relation.

Cela signifie que: L'ensemble de définition de R est $\{x : (x ; y) \in R\}$

- L'ensemble image de la relation est l'ensemble de toutes les deuxième projections des couples dans la relation.

Cela signifie que: L'ensemble image de R est $\{y : (x ; y) \in R\}$

■ La notation en mathématiques

Si $(X; y) \in R$ pour chaque $X \in X$ et $y \in Y$, alors nous exprimons cela par les symboles comme suit: $X R y$

■ Auto-évaluation ①

Si $X = \{2; 4; 6; 8\}$, $Y = \{2; 3; 5; 7\}$ et R est une relation de X vers Y où " $X R y$ " signifie " $X \geq y$ " pour chaque $X \in X$ et $y \in Y$

- ① Écris la relation comme un ensemble de couples.
- ② Indique l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
- ③ Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
- ④ Représente la relation graphiquement.

■ Remarque

Si la relation R est de X vers X , alors nous disons que R est une relation sur X et donc $R \subset X \times X$

■ Auto-évaluation ②

Si $X = \{1; 2; 5; 8\}$ et R est une relation sur X où " $X R y$ " signifie " $X - y$ est un nombre pair positif" pour chaque $X \in X$ et $y \in X$

- ① Écris la relation R comme un ensemble de couples.
- ② Indique l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
- ③ Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
- ④ Représente la relation graphiquement.

Façons d'exprimer la relation

La relation peut être exprimée de l'une des façons suivantes:

- ① Un ensemble de couples.
- ② Le tableau de la relation.
- ③ Le diagramme sagittal de la relation.
- ④ La représentation graphique de la relation.

L'exemple suivant clarifie cela.

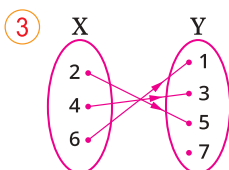
Exemple 1

Si $X = \{2; 4; 6\}$, $Y = \{1; 3; 5; 7\}$ et R est une relation de X vers Y où " $X R y$ " signifie " $X + y = 7$ " pour chaque $X \in X$ et $y \in Y$

- ① Écris la relation comme un ensemble de couples.
- ② Écris la relation sous forme de tableau.
- ③ Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
- ④ Représente la relation graphiquement.
- ⑤ Indique l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.

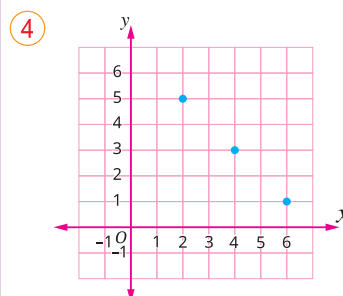


- ① $R = \{(2; 5), (4; 3), (6; 1)\}$



②

x	2	4	6
y	5	3	1



- ⑤ L'ensemble de définition est $\{2; 4; 6\}$ et l'ensemble image est $\{1; 3; 5\}$

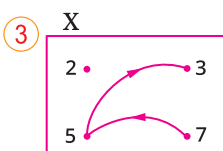
Exemple 2

Si $X = \{2; 3; 5; 7\}$ et R est une relation sur X où " $X R y$ " signifie " $y = X - 2$ " pour chaque $X \in X$ et $y \in X$

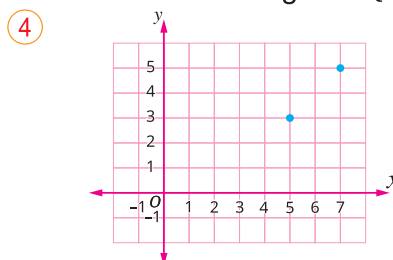
- ① Écris R comme un ensemble de couples.
- ② Indique l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
- ③ Représente la relation avec un diagramme sagittal.
- ④ Représente la relation graphiquement.



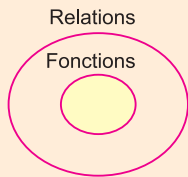
- ① $R = \{(5; 3), (7; 5)\}$



- ② L'ensemble de définition est $\{5; 7\}$ et l'ensemble image est $\{3; 5\}$



■ Quand la relation devient-elle une fonction?



Pas chaque relation est une fonction, mais toutes les fonctions sont des relations satisfaisant que:

- Chaque élément de X apparaît comme une première projection une seule fois dans l'ensemble des couples représentant la relation ou dans le tableau de la relation.
- Chaque élément de X n'a qu'une seule flèche sortante de lui dans le diagramme sagittal représentant la relation.
- Chaque ligne verticale pour chaque élément de X passe par un seul point dans la représentation graphique.

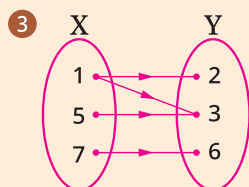
■ Auto-évaluation ③

Si $X = \{1 ; 5 ; 7\}$, $Y = \{2 ; 3 ; 6\}$ et chacune des relations suivantes est de X vers Y . Détermine laquelle relation représente une fonction et laquelle ne représente pas une fonction, en indiquant la justification. Et si c'est une fonction, écris son ensemble image.

① $R = \{(1 ; 3), (5 ; 6), (7 ; 2)\}$

②

x	5	7
y	3	6



Deuxièmement La fonction

La fonction de l'ensemble X vers l'ensemble Y est une relation de X vers Y qui relie chaque élément de X à un seul élément de Y et elle s'appelle:

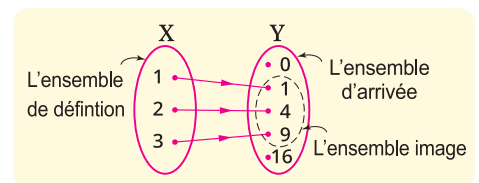
- L'ensemble X est appelé "**Ensemble de définition de la fonction**".
- L'ensemble Y est appelé "**Ensemble d'arrivée de la fonction**".
- L'ensemble des images des éléments du ensemble de définition X est appelé "**L'ensemble image de la fonction**" et c'est un sous-ensemble de l'ensemble d'arrivée Y .

Par exemple:

Si $X = \{1 ; 2 ; 3\}$, $Y = \{0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16\}$ et R est une relation de X à Y où " $X R Y$ " signifie que " $y = x^2$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in Y$

Alors la relation R représente une "Fonction" car chaque élément de X est lié à un seul élément de Y et il est:

- L'ensemble de définition
= $X = \{1 ; 2 ; 3\}$
- L'ensemble d'arrivée
= $Y = \{0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16\}$
- L'ensemble image = $\{1 ; 4 ; 9\}$



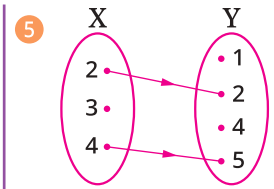
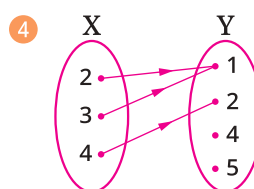
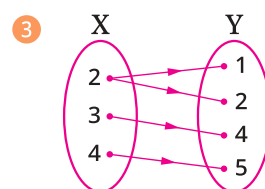
Le diagramme sagittal

Exemple ③

Si $X = \{2 ; 3 ; 4\}$, $Y = \{1 ; 2 ; 4 ; 5\}$ et chacune des relations suivantes est de X vers Y . Détermine laquelle relation représente une fonction et laquelle ne représente pas une fonction, en indiquant la justification et si c'est une fonction, écris son ensemble image.

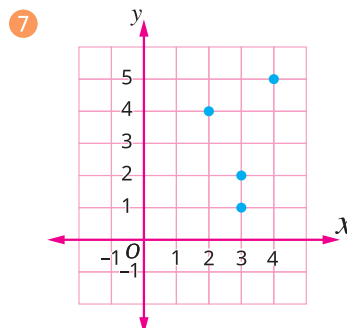
① $R = \{(2 ; 2), (3 ; 2), (4 ; 2)\}$

② $R = \{(2 ; 5), (3 ; 4)\}$



⑥

x	2	3	3	4
y	1	2	4	5



■ Auto-évaluation ④

Si $X = \{3; 5; 7\}$,
 $Y = \{6; 9; 10; 16; 21\}$ et R
 est une relation de X vers Y
 où " $X R Y$ " signifie
 $\frac{y}{x}$ = un nombre naturel"
 pour chaque $x \in X$ et $y \in Y$

- ① Écris R comme un ensemble de couples.
- ② Représente R en utilisant un diagramme sagittal.
- ③ Représente R graphiquement.
- ④ Est-ce que R représente une fonction ou non ? Et pourquoi ? Si c'est une ensemble de définition, trouve son ensemble de définition et son ensemble image.



- ① La relation représente une fonction, car chaque élément de X apparaît comme une première projection une seule fois, l'ensemble image = $\{2\}$
- ② La relation ne représente pas une fonction, car l'élément $4 \in X$ n'apparaît pas comme une première projection.
- ③ La relation ne représente pas une fonction, car l'élément $2 \in X$ avait plus d'une flèche sortant de lui.
- ④ La relation représente une fonction, car chaque élément de X avait une seule flèche sortant de lui, l'ensemble image = $\{1; 2\}$
- ⑤ La relation ne représente pas une fonction, car l'élément $3 \in X$ n'avait pas de flèche sortant de lui.
- ⑥ La relation ne représente pas une fonction, car l'élément $3 \in X$ est apparu comme une première projection plus d'une fois.
- ⑦ La relation ne représente pas une fonction, car la ligne verticale en $3 \in X$ passe par plus d'un point des points représentant la relation.

Exemple ④

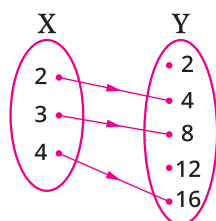
Si $X = \{2; 3; 4\}$, $Y = \{2; 4; 8; 12; 16\}$ et R est une relation de X vers Y où " $X R Y$ " signifie " $y = 2^x$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in Y$

- ① Écris R comme un ensemble de couples.
- ② Représente R en utilisant un diagramme sagittal.
- ③ Représente R graphiquement.
- ④ Est-ce que R représente une fonction ou non ? Et pourquoi ? Si c'est une fonction, trouve son ensemble de définition et son ensemble image.

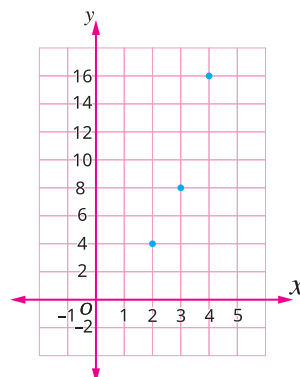


- ① $\because 2^2 = 4 \in Y \quad \therefore (2; 4) \in R$
 $2^3 = 8 \in Y \quad \therefore (3; 8) \in R$
 $2^4 = 16 \in Y \quad \therefore (4; 16) \in R$
 $\therefore R = \{(2; 4), (3; 8), (4; 16)\}$

- ② Le diagramme sagittal



- ③ La représentation graphique



- ④ R représente une fonction de X vers Y car chaque élément de X apparaît comme une première projection une seule fois dans les couples représentant la relation.
 l'ensemble de définition = $\{2; 3; 4\}$ et l'ensemble image = $\{4; 8; 16\}$

■ Auto-évaluation ⑤

Si $X = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ et R est une relation sur X où " $X R Y$ " signifie " $X = -Y$ " pour chaque $X \in X$ et $Y \in X$

- ① Écris R comme un ensemble de couples.
- ② Représente-le en utilisant un diagramme sagittal.
- ③ Représente-le graphiquement.
- ④ Est-ce que R représente une fonction ou non ? Et pourquoi ?

■ Pensée critique

Dans l'exemple ⑤

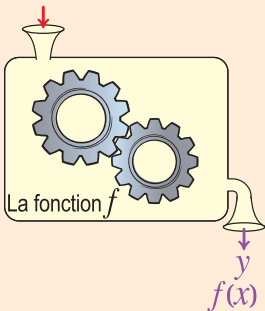
Si $X = \{\frac{1}{2}; -1; 1; 2\}$

Est-ce que la relation sur X représente une fonction ou non ? Et pourquoi ?

■ Remarque

Tu peux considérer la fonction f comme une machine dans laquelle nous entrons les valeurs de l'ensemble de définition (X) et elle produit les valeurs de l'ensemble image (Y) comme suit :

Les valeurs de l'ensemble de définition (X)



Les valeurs de l'ensemble image

■ Remarque que

$f(X)$ n'est pas f multiplié par (X), mais cela signifie la valeur de f en X , par exemple $f(2)$ signifie la valeur de f en $X = 2$

Exemple 5

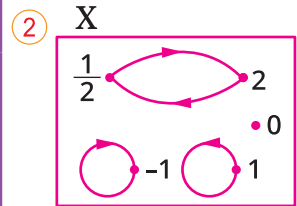
Si $X = \{\frac{1}{2}; -1; 0; 1; 2\}$ et R est une relation sur X où " $X R Y$ " signifie " $X Y = 1$ " pour chaque $X \in X$ et $Y \in X$

- ① Écris R comme un ensemble de couples.
- ② Représente-le en utilisant un diagramme sagittal.
- ③ Est-ce que R représente une fonction ou non ? Et pourquoi ?



① $R = \{(\frac{1}{2}; 2), (-1; -1), (1; 1), (2; \frac{1}{2})\}$

③ R ne représente pas une fonction car l'élément $0 \in X$ n'avait pas de flèche sortante de lui dans le diagramme sagittal.



L'expression symbolique de la fonction

- La fonction est notée par l'un des symboles : f ou g ou ...
- La fonction f de l'ensemble X à l'ensemble Y est écrite mathématiquement comme : $f: X \longrightarrow Y$ et lue " f de X vers Y "
- Si le couple $(X; y)$ appartient à la fonction f , alors l'élément y est l'image de l'élément X par la fonction f et nous exprimons cela par "La règle de la fonction" ou "L'équation" suivante: $y = f(X)$
- X est appelé la variable indépendante, et y est appelé la variable dépendante.

Par exemple :

Si $X = \{2; 3; 4\}$, $Y = \{1; 4; 9; 16\}$ et f est une fonction de X vers Y où $f(X) = X^2$, alors :

Si $X = 2$:
 $f(2) = 2^2 = 4$

Si $X = 3$:
 $f(3) = 3^2 = 9$

Si $X = 4$:
 $f(4) = 4^2 = 16$

Par conséquent, l'ensemble image de la fonction est $\{4; 9; 16\}$

Exemple 6

Si $X = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, $Y = \{y: y \in \mathbb{Z}; -1 \leq y \leq 7\}$ et la fonction $f: X \longrightarrow Y$ où $f(X) = 3 - 2X$

- ① Trouve les images des éléments de X par la fonction f en indiquant l'ensemble image de la fonction.
- ② Écris la fonction sous forme de tableau.
- ③ Représente la fonction graphiquement.

■ Auto-évaluation ⑥

Si $X = \{1; 2; 3; 5\}$,
 $Y = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 10\}$
 et la fonction $f: X \rightarrow Y$
 où $f(x) = x + 3$

- ① Trouve les images des éléments de X par la fonction f en indiquant l'ensemble image de la fonction.
- ② Écris la fonction sous forme de tableau.
- ③ Représente la fonction graphiquement.

■ Remarque que

Si l'ensemble de définition de la fonction n'est pas précisé, nous considérons que son ensemble de définition est l'ensemble des nombres réels qui rendent la fonction définie.

■ Auto-évaluation ⑦

Si $f(x) = -3x + 4$, trouve:

- ① $f(-2) + f(2)$
- ② $3f(5) + 5f(3)$



① Si $X = -2$ alors : $f(-2) = 3 - 2(-2) = 7$

Si $X = -1$ alors : $f(-1) = 3 - 2(-1) = 5$

Si $X = 0$ alors : $f(0) = 3 - 2(0) = 3$

Si $X = 1$ alors : $f(1) = 3 - 2(1) = 1$

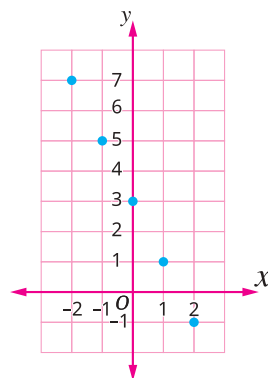
Si $X = 2$ alors : $f(2) = 3 - 2(2) = -1$

∴ L'ensemble image de la fonction
est $\{7; 5; 3; 1; -1\}$

②

X	-2	-1	0	1	2
y	7	5	3	1	-1

③



Exemple ⑦

Si la fonction $f(x) = x^2 - 3$, trouve la valeur de chacun de ce qui suit:

- ① $f(0) - f(\frac{1}{3})$
- ② $2f(\sqrt{5}) + 5f(\sqrt{2})$



① $f(0) - f(\frac{1}{3}) = [(0)^2 - 3] - [(\frac{1}{3})^2 - 3] = \frac{-1}{9}$

② $2f(\sqrt{5}) + 5f(\sqrt{2}) = 2[(\sqrt{5})^2 - 3] + 5[(\sqrt{2})^2 - 3] = -1$

Évaluation de la leçon



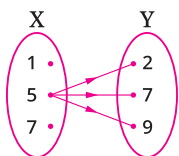
Premièrement

Mesurer les concepts

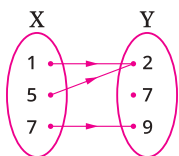


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

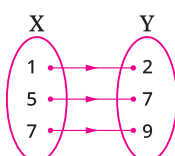
- ① Laquelle des relations suivantes n'est pas une fonction de X vers Y ?



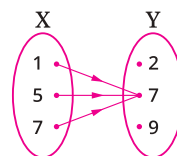
(a)



(b)

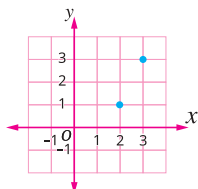


(c)

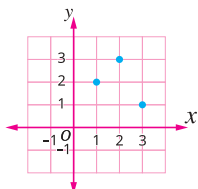


(d)

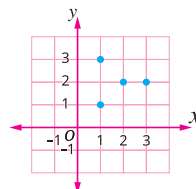
- ② Si $X = \{1; 2; 3\}$, alors laquelle des relations suivantes représente une fonction sur X ?



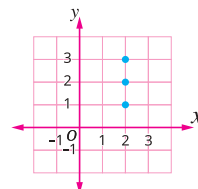
(a)



(b)



(c)



(d)

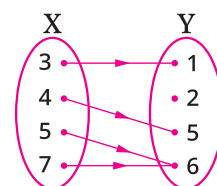
- ③ Si $X = \{1; 2; 5\}$ et $Y = \{6; 7; 9\}$, alors laquelle des relations suivantes représente une fonction de X vers Y ?
 (a) $\{(1; 6), (2; 7), (2; 9), (5; 9)\}$ (b) $\{(9; 1), (6; 2), (7; 5)\}$
 (c) $\{(1; 7), (5; 9)\}$ (d) $\{(1; 7), (2; 7), (5; 7)\}$
- ④ Si R est une relation où $R = \{(1; 7), (2; 8), (3; 7), (5; 8)\}$, alors quelle est l'ensemble image de la relation ?
 (a) $\{1; 2; 3; 5\}$ (b) $\{7; 8; 5\}$ (c) $\{7; 8\}$ (d) $\{1; 2; 7; 8\}$
- ⑤ Quel est l'ensemble de définition de la fonction $\{(1; 2), (2; 3), (4; 2), (5; 3)\}$?
 (a) $\{2; 3\}$ (b) $\{1; 2; 3; 4\}$ (c) $\{1; 2; 4; 5\}$ (d) $\{2; 3; 4; 5\}$
- ⑥ Si $X = \{5; 7; 8\}$, $Y = \{9; 10\}$ et R est une fonction de X vers Y où $R = \{(5; 9), (8; 9), (k; 9)\}$, alors quelle est la valeur de k ?
 (a) 5 (b) 7 (c) 8 (d) 9
- ⑦ Si $X = \{4; 3; 2\}$ et R est une fonction sur X où $R = \{(a; 4), (b; 2), (3; 4)\}$, alors quelle est la valeur de $a + b$?
 (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7
- ⑧ Si $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 4$, alors quelle est la valeur de $5f(2) + 2g(5)$?
 (a) 18 (b) 20 (c) 38 (d) 70

Deuxièmement

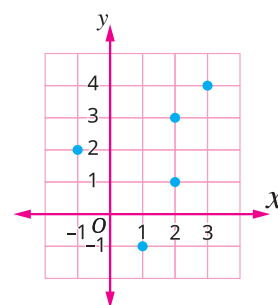
Appliquer les concepts



- ⑨ Le diagramme sagittal ci-contre représente la relation R de X vers Y .
 ① Écris la relation comme un ensemble de couples.
 ② Écris la relation sous forme de tableau.
 ③ Représente la relation graphiquement.
 ④ Trouve l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
 ⑤ La relation représente-t-elle une fonction ou non ? Et pourquoi ?



- ⑩ Si la figure ci-contre est la représentation graphique de la relation R de X vers Y où $X = \{-1; 1; 2; 3\}$ et $Y = \{-1; 1; 2; 3; 4\}$
 ① Écris la relation comme un ensemble de couples.
 ② Écris la relation sous forme de tableau.
 ③ Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
 ④ Trouve l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
 ⑤ La relation représente-t-elle une fonction ou non ? Et pourquoi ?



- ⑪ Si R est une relation de X vers Y et $R = \{(2; 2), (0; 2), (3; 1), (4; 2)\}$
 ① Écris la relation sous forme de tableau.
 ② Représente la relation graphiquement.
 ③ Trouve l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
- ⑫ Si R est une relation de X vers Y où $X = \{1; 2; 3; 4\}$, $Y = \{3; 5; 7\}$ et " XY " signifie " $(X + Y)$ est un nombre premier" pour chaque $X \in X$ et $Y \in Y$
 ① Écris R comme un ensemble de couples.
 ② Écris la relation sous forme de tableau.
 ③ Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
 ④ Trouve l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
 ⑤ La relation représente-t-elle une fonction ou non ? Et pourquoi ?

- ⑬ Si R est une relation de X vers Y où $X = \{2; 3; 4; 5\}$, $Y = \{3; 5; 6; 7; 9; 11\}$ et " $x R y$ " signifie " $y = 2x + 1$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in Y$
- ① Écris R comme un ensemble de couples.
 - ② Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
 - ③ Représente la relation graphiquement.
 - ④ La relation représente-t-elle une fonction ou non ? Et pourquoi ? Si c'est une fonction, trouve son ensemble de définition et son ensemble image.
- ⑭ Si R est une relation sur X où $X = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ et " $x R y$ " signifie " $x + y = 5$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in X$
- ① Écris R comme un ensemble de couples.
 - ② Représente la relation en utilisant un diagramme sagittal.
 - ③ Trouve l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
 - ④ La relation représente-t-elle une fonction ou non ? Et pourquoi ?
- ⑮ Si R est une relation sur N où N est l'ensemble des nombres naturels et " $x R y$ " signifie " $xy = 18$ " pour chaque $x \in N$ et $y \in N$
- ① Écris R comme un ensemble de couples.
 - ② Écris la relation sous forme de tableau.
 - ③ Écris l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation.
 - ④ Si $m R 9$, trouve la valeur de m .
 - ⑤ Si $6 R k$, trouve la valeur de k .
- ⑯ Si $X = \{4; 6; 8\}$, $Y = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ et f est une fonction de X vers Y où $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$
Écris f comme un ensemble de couples, puis trouve l'ensemble image de la fonction et représente-la graphiquement.
- ⑰ Si $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, N est l'ensemble des nombres naturels, et f est une fonction de X vers N où $f(x) = x^2 - 1$, écris f comme un ensemble de couples, puis trouve l'ensemble image de la fonction.

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- ⑱ Détermine laquelle des relations suivantes est considérée comme une fonction et laquelle ne l'est pas:
- ① La relation entre "le numéro d'inscription d'étudiant" et "sa note à l'examen".
 - ② La relation entre "les hôtels de Charm el-Cheikh" et "les touristes".
 - ③ La relation entre "les noms des gouvernorats" et "la capitale administrative de chaque gouvernorat".
 - ④ La relation entre "les étudiants" et "les activités scolaires".

Pensée créative



- ⑲ Si R est une relation sur X où $X = \{x : x \in N; 10 \leq x < 100\}$
où " $x R y$ " signifie " $y = 5x$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in X$
Trouve le nombre d'éléments de la relation R

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la relation et de la fonction?

Coche la case appropriée.



Leçon 2 - 3

La fonction linéaire

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la fonction linéaire.
- Représenter graphiquement la fonction linéaire.
- Connaître le concept de la fonction constante.
- Représenter graphiquement la fonction constante.
- Utiliser la technologie pour représenter la fonction linéaire et la fonction constante.
- Utiliser la fonction linéaire et la fonction constante pour résoudre certains problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La fonction linéaire
- La fonction constante

■ Remarque que

- En général, l'ensemble de définition de la fonction linéaire est $\mathbb{R}$, mais dans certaines applications de la vie, l'ensemble de définition est un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ en fonction des données de chaque exercice.

Sois prêt!



La Citadelle de Saladin est l'un des monuments les plus importants du Caire islamique et l'une des plus anciennes citadelles militaires. Elle comprend de nombreux sites archéologiques islamiques, dont la mosquée de Muhammad Ali Pacha. S'il y avait 120 visiteurs dans la Citadelle à 10h du matin et que 40 nouveaux visiteurs y entrent chaque heure, alors la relation entre le nombre total de visiteurs $f(t)$ et le temps en heures (t) est $f(t) = 120 + 40t$. Peux-tu représenter

graphiquement cette relation et déterminer après combien d'heures le nombre total de visiteurs sera de 360 visiteurs?

Dans cette leçon, tu apprendras différentes formes de la fonction, notamment la fonction linéaire et la fonction constante et la méthode pour les représenter graphiquement, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.



La mosquée de Muhammad Ali à la Citadelle de Saladin

Réfléchis et discute!



Peux-tu déterminer lequel des couples suivants vérifie la fonction f où $f(x) = 4x - 5$?

(0 ; 1)

(2 ; 3)

(4 ; 10)

(5 ; 15)

Apprends!



La fonction linéaire

- La fonction f où $f(x) = ax + b$, a et b sont deux nombres réels, $a \neq 0$ est appelée une fonction linéaire.
- La fonction linéaire est une fonction du premier degré et elle est représentée graphiquement par une ligne droite coupant l'axe des y au point $(0 ; b)$ et coupant l'axe des x au point $(-\frac{b}{a} ; 0)$.

Exemple:

La fonction f où $f(x) = x + 4$ est une fonction linéaire du premier degré et est représentée graphiquement par une ligne droite coupant l'axe des y au point $(0 ; 4)$ et coupant l'axe des x au point $(-4 ; 0)$.

■ Auto-évaluation ①

Représente graphiquement chacun de ce qui suit:

① $f(x) = 2x + 3$

② $g(x) = -\frac{1}{2}x$

■ Remarque que

Lors de la représentation de la fonction linéaire, il suffit de trouver deux couples appartenant à la fonction et tu peux trouver un troisième couples pour vérifier que les trois points représentant les couples sont situés sur une même ligne droite.

■ Utilisation de la technologie

• On peut utiliser plusieurs programmes pour représenter et étudier la fonction linéaire, comme le programme GeoGebra.



• Essaie toi-même d'utiliser le programme GeoGebra pour représenter les deux fonctions dans l'exemple ①.

■ Remarque que

La fonction f où $f(x) = ax$ et $a \neq 0$ représente graphiquement par une ligne droite passant par le point d'origine $(0; 0)$.

Exemple 1

Représente graphiquement chacun de ce qui suit:

① $f(x) = 6 - 2x$

② $g(x) = \frac{1}{3}x$



① Pour représenter graphiquement la fonction f , détermine trois couples quelconques appartenant à la fonction f où $f(x) = 6 - 2x$, attribue trois valeurs quelconques à (x) , par exemple 0, 1 et 2 et trouve la fonction à chaque valeur.

Si : $x = 0$

$\therefore f(0) = 6 - 2(0) = 6$
 $\therefore (0; 6) \in f$

Si : $x = 1$

$\therefore f(1) = 6 - 2(1) = 4$
 $\therefore (1; 4) \in f$

Si : $x = 2$

$\therefore f(2) = 6 - 2(2) = 2$
 $\therefore (2; 2) \in f$

Dispose les couples dans un tableau comme suit:

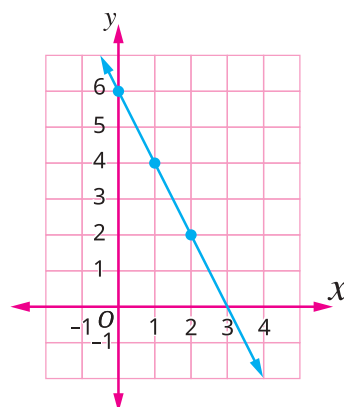
x	0	1	2
y	6	4	2

■ Remarque que

Tu peux trouver les deux points d'intersection avec les axes de coordonnées et les utiliser dans la représentation graphique.

Par exemple, lors de la représentation de $f(x) = 6 - 2x$, on trouve:

- Le point d'intersection avec l'axe des y est $(0; b)$ qui est égal à $(0; 6)$.
- Le point d'intersection avec l'axe des x est $(-\frac{b}{a}; 0)$ qui est égal à $(3; 0)$.



■ Remarque que

Si le coefficient de x est une fraction, il est préférable de choisir des nombres divisibles par le dénominateur de cette fraction pour faciliter la représentation.

② Détermine trois couples qui appartiennent à la fonction g où $g(x) = \frac{1}{3}x$.

Si : $x = 0$

$\therefore g(0) = \frac{1}{3}(0) = 0$
 $\therefore (0; 0) \in g$

Si : $x = 3$

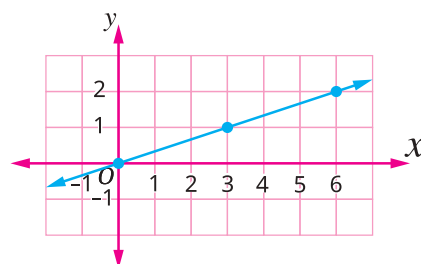
$\therefore g(3) = \frac{1}{3}(3) = 1$
 $\therefore (3; 1) \in g$

Si : $x = 6$

$\therefore g(6) = \frac{1}{3}(6) = 2$
 $\therefore (6; 2) \in g$

Dispose les couples dans un tableau comme suit:

x	0	3	6
y	0	1	2



■ Cas particulier

Si $b = 0$, alors la fonction f où $f(x) = 0$ est une fonction constante sans degré et est représentée graphiquement par l'axe des x .

■ Auto-évaluation ②

Représente graphiquement chacun de ce qui suit:

① $f(x) = -1$

② $g(x) = 4$

■ Auto-évaluation ③

Si $f(x) = ax + 3$ et que la ligne droite représentant la fonction f coupe l'axe des x au point $(\frac{3}{4}; 0)$, trouve la valeur de chacun de a et $f(-1)$.

La fonction constante

- La fonction f où $f(x) = b$ et b est un nombre réel, est appelée une fonction constante.
- Si $b \neq 0$, alors la fonction constante est de degré zéro et est représentée graphiquement par une ligne droite parallèle à l'axe des x et passant par le point $(0; b)$.

Par exemple:

La fonction f où $f(x) = 5$ est une fonction constante de degré zéro et est représentée graphiquement par une ligne droite parallèle à l'axe des x et passant par le point $(0; 5)$.

Exemple 2

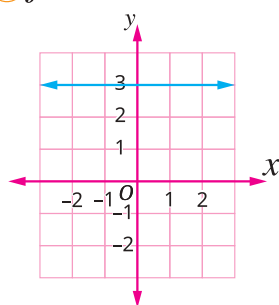
Représente graphiquement chacun de ce qui suit:

① $f(x) = 3$

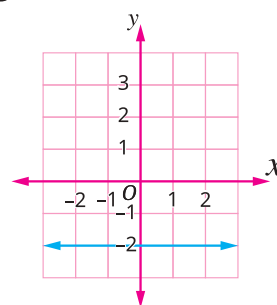
② $g(x) = -2$



① $f(x) = 3$



② $g(x) = -2$



Applications de la fonction linéaire

Exemple 3

Si $f(x) = 3x + b$ et le point $(4; 7)$ se trouve sur la ligne droite représentant la fonction f . Trouve la valeur de chacun de b et $f(1)$



$\therefore f(x) = 3x + b$

$\therefore$ Le point $(4; 7)$ se trouve sur la ligne droite représentant la fonction f

$\therefore f(4) = 7$

$\therefore 7 = 3 \times 4 + b$

$\therefore b = -5$

$\therefore f(x) = 3x - 5$

$\therefore f(1) = 3(1) - 5 = -2$

Exemple 4

Industrie: Si le coût de production d'un certain nombre de chemises est donné par la fonction f où $f(x) = 50x + 100$, où x est le nombre de chemises et $f(x)$ est le coût en livres. Fais un tableau montrant quelques valeurs de x et le coût correspondant et représente-le graphiquement, puis trouve le nombre de chemises qui coûtent 700 livres.

■ Auto-évaluation ④

Si le coût de production d'un certain nombre de livres est donné par la relation $f(x) = 10 + 5x$ où x est le nombre de livres et $f(x)$ est le coût en livres. Fais un tableau montrant quelques valeurs de x et le coût correspondant, puis représente-le graphiquement, puis trouve le nombre de livres qui peuvent être produits à un coût de 90 livres.

■ Auto-évaluation ⑤

Un réservoir d'une capacité de 216 litres est complètement rempli d'eau. L'eau s'en échappe, de sorte que la relation entre la quantité d'eau restante dans le réservoir $f(t)$ en litres et le temps écoulé (t) en heures est donnée par la fonction f où $f(t) = 216 - 6t$

- ① Représente graphiquement cette fonction en précisant l'ensemble de définition.
- ② Quand le réservoir est-il complètement vide ?

✓ $\therefore f(x) = 50x + 100$

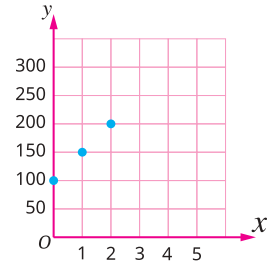
$\therefore f(0) = 100, f(1) = 150$ et $f(2) = 200$

x	0	1	2
y	100	150	200

Si le coût = 700 livres, alors : $f(x) = 700$

$\therefore 50x + 100 = 700 \quad \therefore x = 12$

Ce qui signifie que le nombre de chemises est de 12 chemises.



■ Remarque que

Si $x = 0$ et $y = 100$, ce qui signifie que lorsque le nombre de chemises produites est égal à zéro, le coût est égal à 100 livres et ce coût est fixe et il ne dépend pas du nombre de chemises.

■ Remarque dans l'exemple précédent que

Les valeurs de x ne peuvent pas être négatives ni des nombres positifs non entiers, car il est impossible de produire (-3) chemises ou $(1,5)$ chemises et donc l'ensemble de définition est l'ensemble des nombres naturels N et la fonction est représentée par des points discrets. l'ensemble de définition peut avoir une limite maximale lorsque la capacité de production quotidienne de l'usine est de 100 chemises, par exemple, alors l'ensemble de définition est $\{0; 1; 2; 3; \dots; 100\}$

Exemple 5

Une voiture se déplace à vitesse constante depuis un point situé à 50 km du Caire. Si la distance (d) en kilomètres qui sépare la voiture du Caire après un certain temps (t) en heures est déterminée par la relation $d(t) = 100t + 50$. Représente graphiquement la fonction d et trouve le temps nécessaire pour que la distance de la voiture du Caire soit de 550 km.



$\therefore d(t) = 100t + 50$

$\therefore d(0) = 50, d(1) = 150$ et $d(2) = 250$

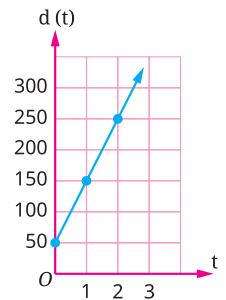
t	0	1	2
$d(t)$	50	150	250

Si la distance du Caire est de 550 km:

$\therefore d(t) = 550$

$\therefore 100t + 50 = 550 \quad \therefore t = 5$

Alors, le temps est de 5 heures.



■ Remarque dans l'exemple précédent que

La valeur de t ne peut pas être négative et donc l'ensemble de définition est $[0, \infty[$ et nous représentons la fonction par un rayon dont le point de départ est le point $(0; 50)$.

Activité collaborative



Utilise différentes sources (telles que : le réseau d'Internet, les applications d'intelligence artificielle, la bibliothèque de ton école, etc ...) et coopère avec tes camarades pour rechercher des relations dans différentes sciences, chacune représentant une fonction linéaire et utilise l'un des programmes informatiques tels que GeoGebra pour représenter chacune d'elles.

Évaluation de la leçon



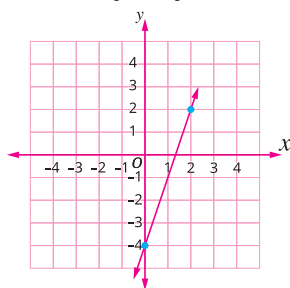
Premièrement

Mesurer les concepts

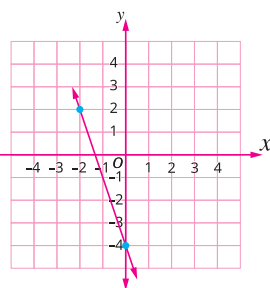


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

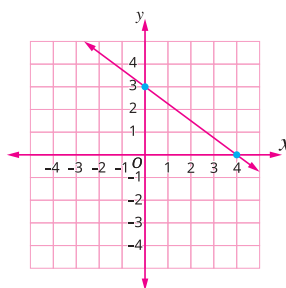
- ① Laquelle des figures suivantes est considérée comme une représentation graphique de la fonction f où $f(x) = 3x - 4$?



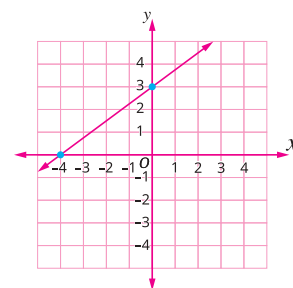
(a)



(b)



(c)



(d)

- ② La droite représentant la fonction f où $f(x) = 3x - 12$ coupe l'axe des x au point:
 (a) $(-12; 0)$ (b) $(12; 0)$ (c) $(4; 0)$ (d) $(-4; 0)$
- ③ La droite représentant la fonction f où $f(x) = 6 - 2x$ coupe l'axe des y au point:
 (a) $(0; -6)$ (b) $(0; -3)$ (c) $(0; 3)$ (d) $(0; 6)$
- ④ Le couple $(1; 2)$ appartient à la fonction f où:
 (a) $f(x) = 2x - 1$ (b) $f(x) = -3x + 7$ (c) $f(x) = 2x + 1$ (d) $f(x) = -3x + 5$
- ⑤ Si $f: R \longrightarrow R$ et $f(x) = 7$, quelle est la valeur de $\frac{5f(4)}{10f(6)}$?
 (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{7}{3}$ (d) $\frac{7}{2}$

Deuxièmement

Appliquer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ⑥ Si la droite représentant la fonction f où $f(x) = kx + 4$ passe par le point $(1; 1)$, quelle est la valeur de $f(-1)$?
 (a) -7 (b) -1 (c) 1 (d) 7
- ⑦ Si la droite représentant la fonction f où $f(x) = 2x + b$ passe par le point $(-1; 5)$, quelle est la valeur de $f(0)$?
 (a) -7 (b) -5 (c) 5 (d) 7
- ⑧ Si le point $(k; 5)$ se situe sur la droite représentant la fonction f où $f(x) = 2x - 7$, quelle est la valeur de k ?
 (a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6
- ⑨ Si $(5k; k)$ appartient à la fonction f où $f(x) = 3x + 14$, quelle est la valeur de k ?
 (a) 14 (b) 10 (c) -7 (d) -1

► Réponds aux questions suivantes:

⑩ Représente graphiquement chacun de ce qui suit:

① $f(x) = 3x$

② $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

③ $f(x) = 2 - x$

④ $f(x) = 2$

⑤ $f(x) = 2x - 5$

⑥ $f(x) = 5 - 3x$

⑦ $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$

⑪ Si $f(x) = 2x + 3$ et $f(k) = 11$, trouve la valeur de k

⑫ Le tableau ci-contre représente un ensemble de couples pour la fonction f où $f(x) = 4x + 5$, trouve la valeur de $(a - b)$

x	3	a	8
$f(x)$	17	29	b

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



⑬ **Commerce:** Le prix d'un photocopieur après t années, est donné en livres par la fonction f où $f(t) = 12\,000 - 750t$, trouve le prix du photocopieur 4 ans après son achat. Trouve après combien d'années le prix du photocopieur devient 3 000 livres.



Pratiquer le sport régulièrement préserve la santé, développe l'esprit de persévérance et enseigne la discipline et le travail d'équipe.

⑭ **Sport:**

Si le coût de la location d'un terrain de football en livres est donné par la fonction f où $f(t) = 120t + 80$ où t est le nombre d'heures de la location du terrain. Détermine le coût de la location du terrain pour 2 heures. Après combien d'heures le coût sera de 680 livres?

⑮ **Shopping:**

Dans les supermarchés, tu trouves souvent des paniers de courses emboîtés les uns dans les autres. Si tous les paniers sont identiques et que leur hauteur en centimètres lorsqu'ils sont emboîtés est donnée par la fonction f où $f(n) = 3n + 20$, où n est le nombre de paniers emboîtés. Trouve la hauteur des paniers lorsque leur nombre est de 10 paniers, puis trouve le nombre de paniers si la hauteur est de 2 mètres. Représente graphiquement la fonction f



Les achats inconscients épuisent l'individu et ont un impact négatif sur l'économie.

Pensée créative



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

⑯ Si $f(x) = -3$ et $g(x) = 4$, quelle est la distance verticale entre les deux droites représentant les deux fonctions f et g ?

(a) 1

(b) 3

(c) 5

(d) 7

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la fonction linéaire?

Coche la case appropriée.


☐

☐

☐

☐

Leçon 2 - 4

Les équations et les inéquations du premier degré à une variable

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de l'équation du premier degré à une variable.
- Résoudre l'équation du premier degré à une variable dans R .
- Connaître le concept de l'inéquation du premier degré à une variable.
- Résoudre l'inéquation du premier degré à une variable dans R .
- Utiliser les équations et les inéquations pour résoudre certains problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Équation
- Inéquation
- Le premier degré

■ Remarque que

L'équation du premier degré à une variable a la seule variable élevée à la puissance un.

Sois prêt!



Mohamed tient à pratiquer le sport régulièrement pour maintenir sa bonne santé et sa forme physique. Mohamed voulait s'inscrire dans un club sportif près de chez lui. La cotisation dans ce club nécessite le paiement de 100 livres de frais d'inscription fixe, en plus de 20 livres pour chaque jour d'entraînement.

Mohamed alloue 300 livres seulement par mois pour pratiquer le sport dans le club, combien de jours peut-il s'entraîner sans dépasser ce montant?



Dans cette leçon, tu connaîtras comment résoudre des équations et des inéquations du premier degré à une variable, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

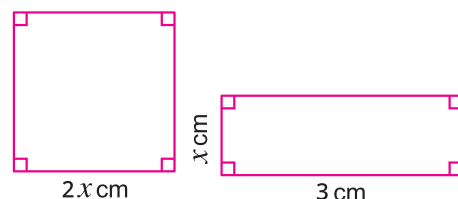
Réfléchis et discute!



Dans la figure ci-contre:

Un carré dont la longueur de son côté mesure $2x$ cm et un rectangle dont les dimensions sont x cm et 3 cm.

Quelle est la valeur de x qui rend le périmètre du carré est égal au périmètre du rectangle?



Apprends!



Premièrement L'équation du premier degré à une variable

La forme générale de l'équation du premier degré à une variable est:

$$aX + b = 0$$

Où a et b sont deux nombres réels et $a \neq 0$

Exemples:

Équations à une variable du premier degré

$$2X + 10 = 0$$

$$\frac{1}{2}n - 3 = 5$$

$$-4(8 + y) = 90$$

Équations à une variable pas du premier degré

$$2\sqrt{x} - 0,5 = 0$$

$$x^2 - 1 = 3$$

$$\frac{1}{x} + 4 = x - 3$$

■ Auto-évaluation ①

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des deux équations suivantes dans R :

① $4x - 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

② $3(\sqrt{5}x - 2) - 1 = 8$

■ Information précédente

Les propriétés de la relation d'égalité:

Si a , b et c sont trois nombres réels et $a = b$, alors:

① $a + c = b + c$

② $a - c = b - c$

③ $ac = bc$

④ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ où $c \neq 0$

■ Pensée critique

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des deux équations suivantes dans R :

① $2(x + 1) + 1 = 2x + 3$

② $3x + 2 = 4(x + 1) - x$

■ Remarque que

L'inéquation du premier degré à une variable a la seule variable élevée à la puissance un.

La résolution de l'équation du premier degré à une variable dans R

- La résolution de l'équation signifie trouver les valeurs de la variable qui vérifient l'équation.
- L'équation du premier degré à une variable a une solution unique dans R .

Exemple 1

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des deux équations suivantes dans R :

① $6x + 2 = 4x - 4$

② $5(\sqrt{3}x - 7) + 11 = 6$



① $\because 6x + 2 = 4x - 4$

$\therefore 6x - 4x = -4 - 2$

$\therefore 2x = -6$

$\therefore x = \frac{-6}{2}$

$\therefore x = -3$

$\therefore$ L'ensemble de solution
 $= \{-3\}$

② $\because 5(\sqrt{3}x - 7) + 11 = 6$

$\therefore 5\sqrt{3}x - 35 + 11 = 6$

$\therefore 5\sqrt{3}x - 24 = 6$

$\therefore 5\sqrt{3}x = 6 + 24$

$\therefore 5\sqrt{3}x = 30 \quad \therefore x = \frac{30}{5\sqrt{3}}$

$\therefore x = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\therefore x = \frac{6\sqrt{3}}{3} \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$

$\therefore$ L'ensemble de solution
 $= \{2\sqrt{3}\}$

Deuxièmement L'inéquation du premier degré à une variable

La forme générale de l'inéquation du premier degré à une variable est :

$$ax + b < 0$$

Où a et b sont deux nombres réels et $a \neq 0$

Notant que le signe de l'inégalité peut être l'un des signes ($\leq$, $\geq$, $<$ et $>$)

Exemples:

Inéquations à une variable
du premier degré

$$2x - 3 > 0$$

$$x + 4 < 2x$$

$$\frac{m+2}{2} \geq \frac{m+1}{4}$$

$$2(p-1) + 3 \leq 4p + 6$$

Inéquations à une variable
pas du premier degré

$$x^2 - 3x \geq -2$$

$$\frac{1}{y} - 4 < 5$$

$$2\sqrt{x} + 1 > 5$$

■ Auto-évaluation ②

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ et représente-les sur la droite numérique:

- ① $3x - 4 \geq 5$
- ② $6 - 3y \leq 2(y - 2)$
- ③ $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6} < -2$

■ Information précédente

Les propriétés de la relation d'inégalité:

Si a , b et c sont trois nombres réels et $a < b$, alors:

- ① $a + c < b + c$
- ② $a - c < b - c$
- ③ $ac < bc$ si : $c > 0$
 $ac > bc$ si : $c < 0$
- ④ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ si : $c > 0$
 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ si : $c < 0$

La résolution de l'inéquation du premier degré à une variable dans $\mathbb{R}$

La résolution de l'inéquation signifie trouver les valeurs de la variable qui vérifient l'inéquation.

Exemple 2

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ et représente-les sur la droite numérique:

- ① $5x + 2 > 12$
- ② $12 \geq 5x - 3$
- ③ $2x - 3 \leq 5x + 9$
- ④ $2(3x - 7) < 4x - 11$



- ① $\because 5x + 2 > 12 \quad \therefore 5x > 12 - 2 \quad \therefore 5x > 10$
 $\therefore x > \frac{10}{5} \quad \therefore x > 2$
 $\therefore$ L'ensemble de solution = $]2; \infty[$
- ② $\because 5x - 3 \leq 12 \quad \therefore 5x \leq 12 + 3 \quad \therefore 5x \leq 15$
 $\therefore x \leq \frac{15}{5} \quad \therefore x \leq 3$
 $\therefore$ L'ensemble de solution = $]-\infty; 3]$
- ③ $\because 2x - 3 \leq 5x + 9 \quad \therefore 2x - 5x \leq 9 + 3 \quad \therefore -3x \leq 12$
 $\therefore x \geq \frac{12}{-3} \quad \therefore x \geq -4$
 $\therefore$ L'ensemble de solution = $[-4; \infty[$
- ④ $\because 2(3x - 7) < 4x - 11 \quad \therefore 6x - 14 < 4x - 11$
 $\therefore 6x - 4x < -11 + 14 \quad \therefore 2x < 3 \quad \therefore x < \frac{3}{2}$
 $\therefore$ L'ensemble de solution = $]-\infty; \frac{3}{2}[$

Remarque:

L'inéquation $a < x < b$ est appelée une inéquation composée et elle peut être divisée en les deux inéquations $x > a$ et $x < b$

Par exemple:

L'ensemble des nombres réels supérieurs à 2 et inférieurs à 5 peut être exprimé de l'une des deux façons:

- ① $x > 2$ et $x < 5$
- ② $2 < x < 5$



et peut être représenté sur la droite numérique comme dans la figure.

■ Auto-évaluation ③

Utilise les inéquations pour exprimer chacun de ce qui suit de deux manières et représente-les sur la droite numérique :

- ① L'ensemble des nombres réels supérieurs à 5 et inférieurs à 9
- ② L'ensemble des nombres réels supérieurs à -2 et inférieurs ou égaux à 4.
- ③ L'ensemble des nombres réels inférieurs à 8 et supérieurs ou égaux à -1.
- ④ L'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à -2 et inférieurs ou égaux à 0.

■ Auto-évaluation ④

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des inéquations suivantes dans R et représente-les sur la droite numérique :

- ① $4 \leq x + 2 < 8$
- ② $-7 < 5x + 3 < 18$
- ③ $1 \leq 4 - 3(x - 1) < 13$

■ Remarque que

En divisant l'inéquation en deux inéquations comme dans ① l'ensemble des solutions est l'ensemble d'intersection des deux ensembles des solutions de ces deux inéquations comme suit :

$$\begin{aligned} \because x > 2 \text{ et } x < 5 \\ \therefore x \in]2; \infty[\text{ et } x \in]-\infty; 5[\\ \therefore \text{L'ensemble des solutions} \\ =]2; \infty[\cap]-\infty; 5[\end{aligned}$$



$$\therefore \text{L'ensemble de solution} =]2; 5[$$

■ Réfléchis avec tes camarades

Essaie avec tes camarades de résoudre l'inéquation numéro ② en la divisant en deux inéquations.

Exemple 3

Utilise les inéquations pour exprimer chacun de ce qui suit de deux manières et représente-les sur la droite numérique :

- ① L'ensemble des nombres réels inférieurs à 7 et supérieurs ou égaux à 0
- ② L'ensemble des nombres réels supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs à 6
- ③ L'ensemble des nombres réels inférieurs ou égaux à -2 et supérieurs ou égaux à -6

La première manière	La deuxième manière	La représentation sur la droite numérique
① $x < 7$ et $x \geq 0$	$0 \leq x < 7$	
② $x \geq 3$ et $x < 6$	$3 \leq x < 6$	
③ $x \leq -2$ et $x \geq -6$	$-6 \leq x \leq -2$	

Exemple 4

Trouve l'ensemble des solutions de chacune des inéquations suivantes dans R et représente-les sur la droite numérique :

- ① $-1 < x - 3 < 2$
- ② $-8 < 3x - 2 \leq 7$
- ③ $-3 \leq 3(x - 7) - 3 \leq 6$

■ Diversité des stratégies

L'ensemble de solution peut être trouvé directement sans diviser l'inéquation en deux inéquations comme suit en appliquant les propriétés de la relation d'inégalité :

$$\begin{aligned} \because -1 < x - 3 < 2 \\ \therefore -1 + 3 < x < 2 + 3 \\ \therefore 2 < x < 5 \\ \therefore \text{L'ensemble de solution} =]2; 5[\end{aligned}$$



$$\textcircled{2} \because -8 < 3x - 2 \leq 7 \quad \therefore -8 + 2 < 3x \leq 7 + 2$$

$$\therefore -6 < 3x \leq 9 \quad \therefore \frac{-6}{3} < x \leq \frac{9}{3} \quad \therefore -2 < x \leq 3$$

$$\therefore \text{L'ensemble de solution} =]-2; 3]$$



$$\textcircled{3} \because -3 \leq 3(x - 7) - 3 \leq 6 \quad \therefore -3 \leq 3x - 21 - 3 \leq 6$$

$$\therefore -3 \leq 3x - 24 \leq 6 \quad \therefore -3 + 24 \leq 3x \leq 6 + 24$$

$$\therefore 21 \leq 3x \leq 30 \quad \therefore \frac{21}{3} \leq x \leq \frac{30}{3} \quad \therefore 7 \leq x \leq 10$$

$$\therefore \text{L'ensemble de solution} = [7; 10]$$



■ Auto-Évaluation ⑤

Trouve l'ensemble des solutions de chacune de deux inéquations suivantes dans R et représente-les sur la droite numérique:

①

$$x + 8 \geq 3x - 2 \geq 2 + x$$

②

$$5x + 17 < 4(5 + x) < 3x + 25$$

■ Pensée critique

Dans l'exemple ⑤

Peux-tu résoudre

l'inéquation ① en la divisant en deux inéquations?

Et peux-tu résoudre

l'inéquation ② en

appliquant les propriétés

de la relation d'inégalité

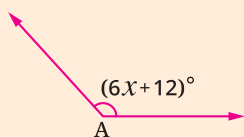
sans le besoin de diviser

l'inéquation en deux

inéquations?

■ Auto-Évaluation ⑥

Dans la figure suivante:



$\angle A$ est un angle obtus. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

Exemple 5

Trouve l'ensemble des solutions de chacune de deux inéquations suivantes dans R et représente-les sur la droite numérique:

① $4x - 1 < 3(x - 1) \leq 4x + 4$

② $2x - 19 \leq 3(x - 6) < x - 8$



① $\because 4x - 1 < 3(x - 1) \leq 4x + 4 \quad \therefore 4x - 1 < 3x - 3 \leq 4x + 4$

$\therefore -1 < 3x - 3 - 4x \leq 4 \quad \therefore -1 < -x - 3 \leq 4$

$\therefore -1 + 3 < -x \leq 4 + 3 \quad \therefore 2 < -x \leq 7 \quad \therefore -2 > x \geq -7$

$\therefore$ L'ensemble des solutions
 $= [-7; -2[$



② $\because 2x - 19 \leq 3(x - 6) < x - 8 \quad \therefore 2x - 19 \leq 3x - 18 < x - 8$

$\therefore 2x - 19 \leq 3x - 18 \quad , \quad 3x - 18 < x - 8$

$\therefore 2x - 3x \leq 19 - 18 \quad , \quad 3x - x < 18 - 8$

$\therefore -x \leq 1 \quad , \quad 2x < 10 \quad \therefore x \geq -1 \quad , \quad x < 5$

$\therefore -1 \leq x < 5$

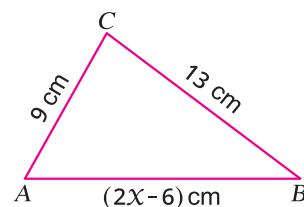
$\therefore$ L'ensemble des solutions $= [-1; 5[$



Exemple 6

Dans la figure ci-contre:

Quelles sont les valeurs possibles de x ?



Les valeurs possibles de x sont celles qui rendent les longueurs des côtés du triangle vérifiant l'inéquation triangulaire.

$\therefore 13 - 9 < 2x - 6 < 13 + 9$

$\therefore 4 < 2x - 6 < 22$

$\therefore 4 + 6 < 2x < 22 + 6$

$\therefore 10 < 2x < 28$

$\therefore \frac{10}{2} < x < \frac{28}{2}$

$\therefore 5 < x < 14$

Pour que: $x \in]5; 14[$

■ Remarque que

La longueur de n'importe quel côté du triangle est plus grande que la différence entre les longueurs des deux autres côtés et plus petit que leur somme.

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Laquelle des équations suivantes est une équation du premier degré à une variable ?
 (a) $X + y = 12$ (b) $2X - \frac{2}{X} = 0$ (c) $2\sqrt{X} + 3 = 5$ (d) $2X - 4 = 3$
- ② Laquelle des inéquations suivantes est une inéquation du premier degré à une variable ?
 (a) $X^2 - X \geq 3$ (b) $0,4t - 7 < 2t$ (c) $\frac{2}{t} + t > 5$ (d) $3X < 2y + 5$
- ③ Quel est l'ensemble de solution de l'équation $\sqrt{2X} - 1 = 1$ dans R ?
 (a) $\{2\}$ (b) $\{1\}$ (c) $\{\sqrt{2}\}$ (d) $\emptyset$
- ④ Laquelle des inéquations suivantes exprime l'ensemble de solution dans R de la figure ci-contre?
 (a) $X > 3$ (b) $X < 3$ (c) $X \geq 3$ (d) $X \leq 3$
- ⑤ Quel est l'ensemble de solution de l'inéquation $2X < 14$ dans R ?
 (a) $] -\infty ; 7[$ (b) $] -7 ; \infty [$ (c) $] 7 ; \infty [$ (d) $[7 ; \infty [$
- ⑥ Quel est l'ensemble de solution de l'inéquation $3 \geq X > -2$ dans R ?
 (a) $] -2 ; 3]$ (b) $[-2 ; 3[$ (c) $[-2 ; 3]$ (d) $] -2 ; 3[$
- ⑦ Quel est l'ensemble de solution de l'inéquation $-X > 3$ dans R ?
 (a) $] -\infty ; -3[$ (b) $] -\infty ; 3[$ (c) $] -3 ; \infty [$ (d) $] 3 ; \infty [$
- ⑧ Quel est l'ensemble de solution de l'inéquation $5 > -X > -3$ dans R ?
 (a) $[-5 ; 3]$ (b) $] -5 ; 3[$ (c) $[-3 ; 5]$ (d) $] -3 ; 5[$
- ⑨ L'intervalle $[-1 ; 2[$ est l'ensemble de solution dans R pour l'inéquation:
 (a) $-1 < X < 2$ (b) $-1 < X \leq 2$ (c) $-1 \leq X < 2$ (d) $-1 \leq X \leq 2$
- ⑩ Si $-2 < 2X < 6$, alors: $X \in \dots\dots\dots$
 (a) $] -1 ; 3[$ (b) $] -1 ; 3]$ (c) $[-1 ; 3[$ (d) $[-1 ; 3]$
- ⑪ Lequel de ce qui suit exprime les valeurs réelles de X qui vérifient: $-X < 7$ et $X < 7$?
 (a) $7 > X > 0$ (b) $0 > X > -7$ (c) $7 > X > -7$ (d) $X < -7$



Deuxièmement

Appliquer les concepts



► Trouve l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes dans R :

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| ⑫ $3X - \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ | ⑬ $3(X + 7) - 5X = X + 12$ |
| ⑭ $4 - \sqrt{6}X = -10 $ | ⑮ $4(\sqrt{5}X + 8) + 20 = 72$ |

► Trouve l'ensemble des solutions pour chacune des inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ et représente-les sur la droite numérique:

⑪ $2x + 3 < 6$

⑪ $5 - 3x \geq 2$

⑪ $2(6 - 2x) \leq 8$

⑫ $\frac{x}{2} - 3 > 7$

⑫ $\frac{3x}{4} + \frac{x}{2} > 5$

⑫ $25 \leq 5(3 - x)$

⑬ $2x + 9 \leq 6x - 1$

⑬ $3x - 2 < 2(2 - x)$

► Trouve les valeurs réelles de x qui vérifient chacun de ce qui suit et représente-les sur la droite numérique:

⑭ $11 > 3x + 2 > -4$

⑭ $-8 \leq 4 - 3(x + 1) < 10$

⑮ $3x - 2 \leq 4(x - 1) \leq 3x + 6$

⑮ $2x + 12 < 4(5 + x) < 3x + 23$

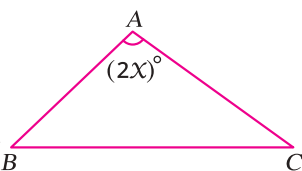
Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



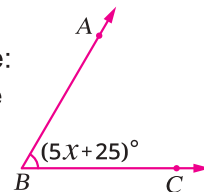
⑯ Géométrie:

Dans la figure ci-contre:
 ABC est un triangle
obtusangle en A , quelles sont
les valeurs possibles de x ?



⑰ Géométrie:

Dans la figure ci-contre:
Si $\angle ABC$ est un angle
aigu, trouve l'intervalle
auquel appartient la
valeur de x .



⑱ **Géométrie:** Un triangle dont les longueurs des côtés sont 9 cm, $(3x + 5)$ cm et 20 cm. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

⑲ Location de voitures:

Deux entreprises de location de voitures ont les plans de paiement suivants:

La première entreprise: 900 livres par jour, en plus 1,5 livres pour chaque kilomètre. La deuxième entreprise: 1100 livres par jour, en plus un livre pour chaque kilomètre. Quel est le nombre maximal de kilomètres que l'on peut parcourir en un jour avec la première entreprise de sorte que son prix soit inférieur à celui de la deuxième entreprise?



La concurrence loyale entre les entreprises réalise une meilleure qualité et un meilleur prix pour le consommateur.

Pensée créative



⑳ Géométrie:

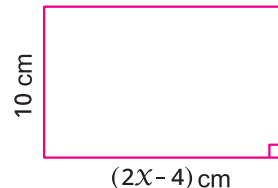
Dans la figure ci-contre: Un rectangle dont les dimensions sont 10 cm et $(2x - 4)$ cm.

① Trouve la valeur de x qui rend le périmètre du rectangle = 52 cm.

② Trouve les valeurs de x qui rendent le périmètre du rectangle supérieur à 40 cm.

③ Trouve les valeurs de x qui rendent l'aire du rectangle inférieure à 80 cm^2 .

㉑ Si l'ensemble de solution de l'inéquation $b \geq \frac{x-1}{2} \geq a$ est $[1; 7]$, trouve la valeur de $a \times b$.



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des équations et des inéquations du premier degré à une variable? Coche la case appropriée

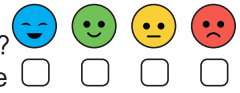


Évaluation de l'unité 2

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 2?

Coche la case appropriée



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Quel est l'ensemble de définition de la fonction $\{(2; 5), (6; 7), (9; 7)\}$?
 (a) $\{2; 6; 9\}$ (b) $\{5; 7\}$
 (c) $\{2; 5; 6; 7; 9\}$ (d) $\{2; 5; 6\}$
- ② Si $\text{card}(X \times Y) = 12$ et $\text{card}(X^2) = 16$, quelle est la valeur de $\text{card}(Y^2)$?
 (a) 192 (b) 36
 (c) 9 (d) 3
- ③ Si le prix d'une voiture après t ans de son achat est donné en livres par la fonction $f(t) = 1\,200\,000 - 50\,000t$, donc après combien d'ans le prix de la voiture devient-il 800 000 livres?
 (a) 10 (b) 8 (c) 6 (d) 4
- ④ Si $f(x) = 3$, quelle est la valeur de $\frac{2f(7)}{7f(2)}$?
 (a) 1 (b) $\frac{6}{7}$
 (c) $\frac{2}{7}$ (d) $\frac{7}{2}$
- ⑤ Si $X = \{1; 2; 3\}$, $Y = \{12; 13\}$ et R est une fonction de X vers Y où $R = \{(1; 12), (3; 13), (k; 12)\}$, alors $k = \dots\dots\dots$
- ⑥ L'ensemble de solution de l'inéquation $2x + 3 > 15$ dans R est $\dots\dots\dots$
- ⑦ Si $f(x) = 2x^2$, alors $f(4) - f(2) = \dots\dots\dots$
- ⑧ La droite qui représente la fonction f où $f(x) = 18 - 4x$ coupe l'axe des x au point $\dots\dots\dots$

► Réponds aux questions suivantes :

- ⑨ Trouve l'ensemble des solutions de l'inéquation: $-3 < 2x + 5 < 13$ dans R .
- ⑩ Représente graphiquement la fonction f où $f(x) = 3x - 1$
- ⑪ Si $X = \{1; 3; 7\}$ et $Y = \{5; 9\}$, trouve $X \times Y$ et Y^2 .
- ⑫ Si $X = \{0; 1; 2; 3\}$, $Y = \{6; 7; 8; 9; 10\}$ et R est une relation de X vers Y où " xRy " signifie " $x + y = 10$ " pour chaque $x \in X$ et $y \in Y$, écris la relation sous forme d'ensemble de couples, puis représente la relation en utilisant un diagramme sagittal en indiquant l'ensemble de définition et l'ensemble image de la relation. La relation représente une fonction ou non? Et pourquoi?

Activité de l'unité 2 L'emploi du temps et les couples

► L'objectif de l'activité:

L'utilisation du concept de couples pour organiser des éléments et des données liés à des situations de la vie.

► Les étapes de mise en oeuvre:

En t'appuyant sur ce que tu as appris sur le concept de couples, mets en œuvre les étapes suivantes, puis compare ta réponse avec ce que l'un de tes camarades a atteint:

- ① En utilisant l'emploi du temps hebdomadaire, exprime ce qui suit en utilisant les couples:
 - Des couples exprimant (le jour, le nom du matière scolaire).
 - Couples exprimant (le jour, le cours de maths).
- ② Forme une liste de couples pour toute matière scolaire de ton choix.
- ③ Compare ta réponse à l'étape (1) avec la réponse de l'un de tes camarades, et détermine l'ampleur de similarité et de différence, avec la correction.
- ④ Choisis l'une des situations de la vie en dehors de l'école où les données peuvent être exprimées en utilisant des couples telles que: Les membres de la famille (le nom et l'âge) et le marché(l'article et le prix)



UNITÉ 3

La géométrie

Leçons de l'unité

- 3-1 Les axiomes de l'inégalité
- 3-2 L'inégalité dans les triangles
- 3-3 Les projections orthogonales et le théorème d'Euclide
- 3-4 Le cercle
- 3-5 Le cylindre circulaire droit et le prisme droit
- 3-6 La distance entre deux points dans le plan cartésien
- 3-7 La pente de la droite



Les théories géométriques sont utilisées dans les applications de l'intelligence artificielle, car l'intelligence artificielle dépend des théories géométriques pour améliorer la précision de la recherche d'une solution à certains problèmes de géométrie.

► **Peut-on utiliser les théories géométriques pour trouver des solutions à des problèmes plus complexes dans les applications de l'intelligence artificielle ?**

Les enjeux et les compétences de la vie

- La communication mathématique
- La pensée créative
- La pensée critique
- Le développement durable

Les valeurs

- La conscience de la pratique sportive
- L'appréciation de l'art
- Le travail d'équipe

Leçon 3 - 1

Les axiomes de l'inégalité

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître les axiomes de l'inégalité.
- Utiliser les axiomes de l'inégalité dans les applications géométriques.

■ Vocabulaire

- Les axiomes de l'inégalité

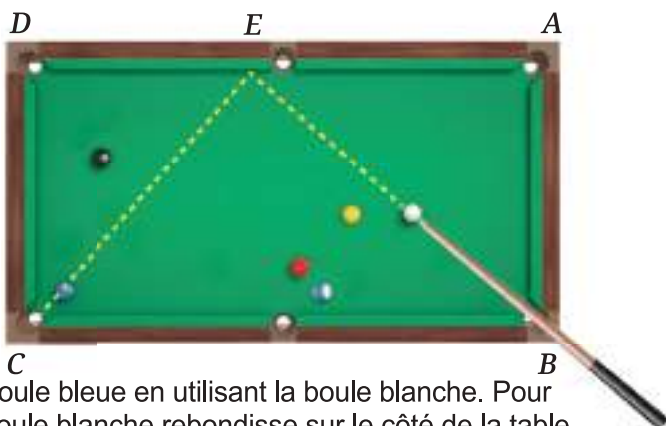
■ Information enrichissante

L'axiome en mathématiques est un énoncé supposé vrai basé sur des principes fondamentaux.
Tels que: Les axiomes d'Euclide sur lesquels la géométrie euclidienne a été construite.

Sois prêt!



Le billard est considéré comme l'un des jeux qui combinent le divertissement, la précision et la concentration et il dépend fortement de la compréhension mathématique des concepts d'angles et de réflexion.



Un joueur voulait frapper la boule bleue en utilisant la boule blanche. Pour y parvenir, il a prévu que la boule blanche rebondisse sur le côté de la table et frappe la boule bleue comme indiqué dans le chemin en pointillés sur l'image. Si l'aire de $\triangle EDC <$ l'aire de $\triangle EAB$, est-ce que l'aire de la figure $EDCB <$ l'aire de la figure $EABC$?

Dans cette leçon, tu connaîtras les axiomes de l'inégalité, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

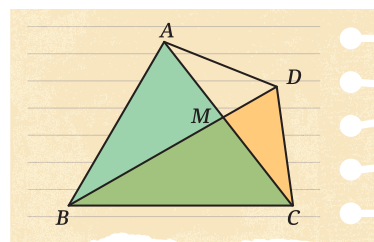
Réfléchis et discute!



Dans la figure ci-contre:

Si $m(\angle BAC) = m(\angle BDC)$,
 $m(\angle ADC) > m(\angle BAD)$

Compare entre $m(\angle CAD)$
et $m(\angle BDA)$, discute.



Apprends!



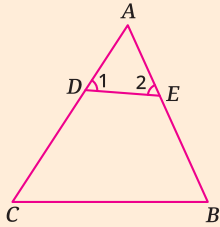
Les axiomes de l'inégalité

Si a , b et c sont trois quantités, alors:

L'addition	Si $a < b$, alors $a + c < b + c$
La soustraction	Si $a < b$, alors $a - c < b - c$
La multiplication par un nombre positif	Si $a < b$ et c est un nombre positif, alors $a \times c < b \times c$
La transitivité de la relation	Si $a < b$ et $b < c$, alors $a < c$
La somme	Si $a < b$ et $c < d$, alors $a + c < b + d$
La comparaison entre le tout et la partie	Si $a = b + c$ où c est un nombre positif, alors $a > b$

■ Auto-évaluation ①

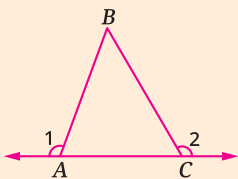
Dans la figure suivante:



$AC > AB$ et
 $m(\angle 1) = m(\angle 2)$
 Prouve que: $DC > EB$

■ Auto-évaluation ②

Dans la figure suivante:



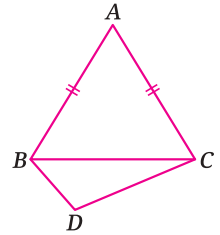
Prouve que:
 $m(\angle 1) + m(\angle 2) > 180^\circ$

Exemple 1

Dans la figure ci-contre:

$AB = AC$ et $m(\angle DBC) > m(\angle DCB)$

Prouve que: $m(\angle ABD) > m(\angle ACD)$



$\therefore AB = AC$

$\therefore m(\angle ABC) = m(\angle ACB)$ (1)

$\therefore m(\angle DBC) > m(\angle DCB)$ (2)

De (1) et (2) nous concluons que:

$m(\angle DBC) + m(\angle ABC) > m(\angle DCB) + m(\angle ACB)$

$\therefore m(\angle ABD) > m(\angle ACD)$

Remarque

La mesure de l'angle extérieur d'un triangle est supérieure à la mesure de n'importe quel angle intérieur sauf celui qui lui est adjacent.

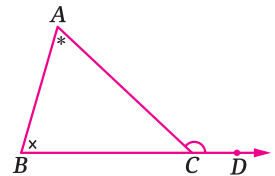
Dans la figure ci-contre:

ABC est un triangle et $D \in \overrightarrow{BC}$, alors $\angle ACD$ est extérieur de $\triangle ABC$

$\therefore m(\angle ACD) = m(\angle A) + m(\angle B)$

Et d'après l'axiome de comparaison entre le tout et la partie, nous concluons que:

$m(\angle ACD) > m(\angle A)$ et $m(\angle ACD) > m(\angle B)$

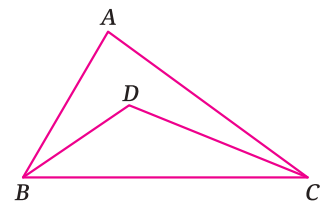


Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

Le point D se trouve à l'intérieur du triangle ABC

Prouve que: $m(\angle BDC) > m(\angle A)$



La construction: Trace $\overrightarrow{CD}$ qui coupe $\overline{AB}$ en E

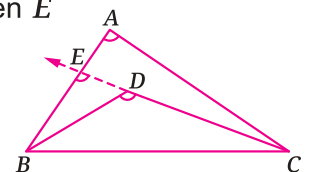
La démonstration: $\therefore \angle BDC$ est un angle extérieur de $\triangle EDB$

$\therefore m(\angle BDC) > m(\angle BED)$ (1)

$\therefore \angle BED$ est un angle extérieur de $\triangle ACE$

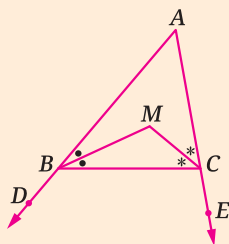
$\therefore m(\angle BED) > m(\angle A)$ (2)

De (1) et (2), nous concluons que: $m(\angle BDC) > m(\angle A)$



■ Auto-évaluation ③

Dans la figure suivante:



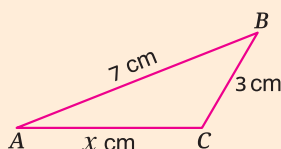
$$m(\angle ABM) < m(\angle ACM)$$

Prouve que:

$$m(\angle DBC) > m(\angle ECB)$$

■ Auto-évaluation ④

Dans la figure suivante:



Trouve l'ensemble des valeurs possibles de x

Remarque

- Le complément de l'angle le plus petit en mesure est supérieur au complément de l'angle le plus grand en mesure.
- Le supplément de l'angle le plus petit en mesure est supérieur au supplément de l'angle le plus grand en mesure.

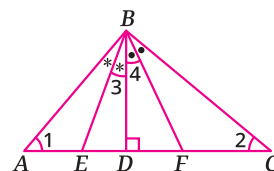
Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

ABC est un triangle, $D \in \overline{AC}$ tel que $\overline{BD} \perp \overline{AC}$,
 $\overline{BE}$ bissecte $\angle ABD$ et $\overline{BF}$ bissecte $\angle CBD$

Si $m(\angle 1) > m(\angle 2)$

Prouve que: $m(\angle 3) < m(\angle 4)$



$$\therefore \overline{BD} \perp \overline{AC}$$

$$\therefore m(\angle ADB) = m(\angle CDB) = 90^\circ$$

$\therefore \angle 1$ est complémentaire de $\angle ABD$ et $\angle 2$ est complémentaire $\angle CBD$

$$\therefore m(\angle 1) > m(\angle 2)$$

$$\therefore m(\angle ABD) < m(\angle CBD)$$

$$\therefore \frac{1}{2} m(\angle ABD) < \frac{1}{2} m(\angle CBD) \quad \therefore m(\angle 3) < m(\angle 4)$$

Information précédente : L'inégalité du triangle

La somme des longueurs de deux côtés d'un triangle est supérieure à la longueur du troisième côté.

C'est-à-dire: dans $\triangle ABC$:

$$AB + BC > AC$$

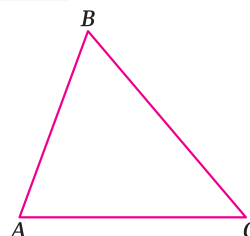
$$AC + CB > AB$$

$$AC + AB > BC$$

Remarque:

La longueur de n'importe quel côté dans un triangle est supérieure à la différence entre les longueurs des deux autres côtés et inférieure à leur somme.

$$|AC - AB| < BC < AC + AB$$



Exemple 4

Dans la figure ci-contre:

Si $D \in \overline{BC}$ et $AD = DC$

Prouve que: $BC > AB$



Dans $\triangle ADB$:

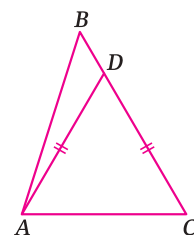
$$AD + DB > AB$$

$$\therefore AD = CD$$

$$\therefore CD + DB > AB$$

(L'inégalité du triangle)

$$\therefore BC > AB$$



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

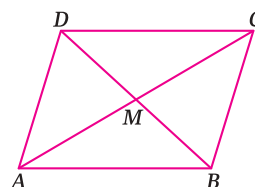
① Dans la figure suivante:



Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

- (a) $AB < CD$
- (b) $AC < BD$
- (c) $AC > BD$
- (d) $AC = BD$

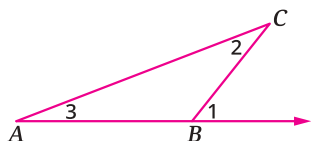
② Dans la figure suivante:



$ABCD$ est un parallélogramme et $AC > BD$, lequel de ce qui suit est vrai?

- (a) $MC < MD$
- (b) $MC = MD$
- (c) $MC < MB$
- (d) $MC > MB$

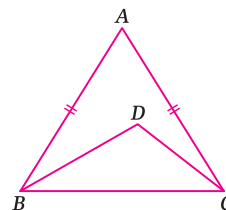
③ Dans la figure suivante:



Si $m(\angle 2) > m(\angle 3)$, lequel de ce qui suit est correcte ?

- (a) $m(\angle 1) > m(\angle 2) > m(\angle 3)$
- (b) $m(\angle 2) > m(\angle 3) > m(\angle 1)$
- (c) $m(\angle 2) > m(\angle 1) > m(\angle 3)$
- (d) $m(\angle 1) > m(\angle 3) > m(\angle 2)$

④ Dans la figure suivante:

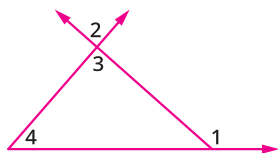


$m(\angle DBC) < m(\angle DCB)$ et $AB = AC$, lequel de ce qui suit est correcte ?

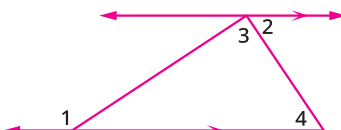
- (a) $m(\angle ABC) < m(\angle ACB)$
- (b) $m(\angle ACD) < m(\angle ABD)$
- (c) $m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$
- (d) $m(\angle ACD) = m(\angle ABD)$

► Dans chacune des figures suivantes, montre pourquoi $m(\angle 1) > m(\angle 2)$:

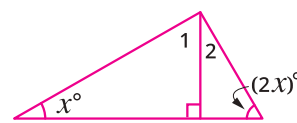
⑤



⑥



⑦



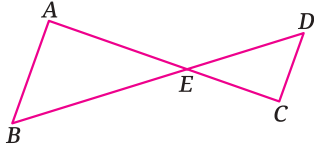
Deuxièmement

Appliquer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

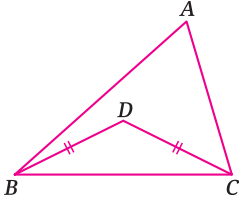
8 Dans la figure suivante:



$$BE > AE \text{ et } ED > EC$$

Prouve que: $BD > AC$

10 Dans la figure suivante:



$$DB = DC \text{ et } m(\angle ABC) < m(\angle ACB)$$

Prouve que: $m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$

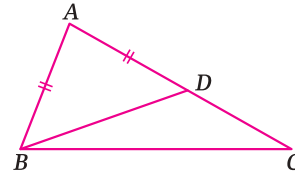
12 Dans la figure ci-contre:

$ABCD$ est un parallélogramme et

$E \in \overrightarrow{BC}$

Prouve que: $m(\angle DCE) > m(\angle ADB)$

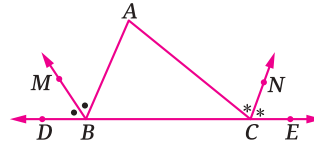
9 Dans la figure suivante:



$$C \in \overrightarrow{AD} \text{ et } AB = AD$$

Prouve que: $m(\angle ABD) > m(\angle C)$

11 Dans la figure suivante:

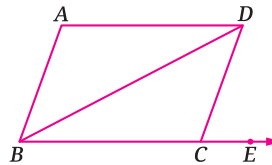


$$m(\angle ABC) > m(\angle ACB),$$

$\overrightarrow{BM}$ bissecte $\angle ABD$ et

$\overrightarrow{CN}$ bissecte $\angle ACE$

Prouve que: $m(\angle ABM) < m(\angle ACN)$



Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



13 Dans la figure ci-contre:

Si l'école est située à mi-distance entre la bibliothèque municipale et l'hôpital et que $3x = 2y$. Ahmed voulait aller de sa maison à l'école de telle sorte qu'il prenne le chemin le plus court. Détermine le trajet qu'A Ahmed peut prendre.

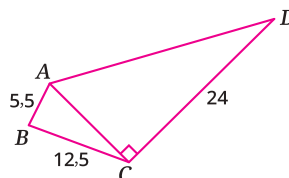


Pensée créative



14 Dans la figure ci-contre:

Trouve l'ensemble des valeurs possibles pour la longueur de chacun de $\overline{AD}$ et $\overline{AC}$



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des axiomes de l'inégalité? Coche la case appropriée.


☐
☐
☐
☐

Leçon 3 - 2

L'inégalité dans les triangles

■ Résultats d'apprentissage

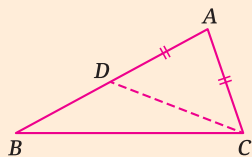
- Connaître les théorèmes de l'inégalité dans un seul triangle.
- Connaître les théorèmes de l'inégalité dans deux triangles.
- Utiliser les théorèmes de l'inégalité dans les triangles pour résoudre les problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- L'inégalité

■ Discute (Démonstration du théorème)

Prends un point D sur $\overline{AB}$ tel que $AD = AC$, puis trace $\overline{DC}$

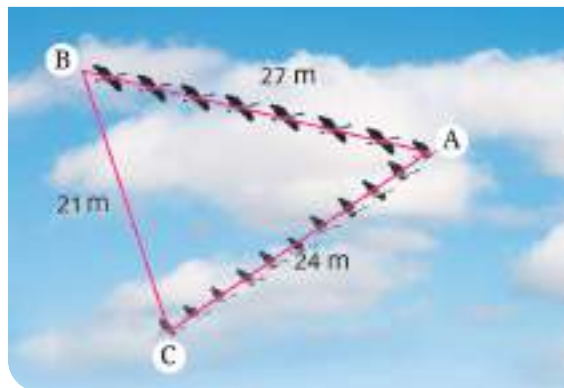


Utilise ensuite les propriétés du triangle isocèle ADC et l'angle extérieur de $\triangle BDC$ pour prouver que:
 $m(\angle ACB) > m(\angle B)$

Sois prêt!



La migration des oiseaux est considérée comme l'un des phénomènes naturels les plus fascinants dans le monde animal, car ils se déplacent chaque année de certains endroits à d'autres à la recherche de nourriture et de chaleur. Certains oiseaux parcourent des milliers de kilomètres lors de longs voyages à travers les mers et les montagnes, et ces voyages montrent une capacité étonnante d'endurance et une grande précision dans l'organisation. L'image devant toi représente une volée d'oiseaux migrateurs. L'angle situé à l'avant de la volée a-t-il la plus grande mesure ? Explique ce que tu dis.



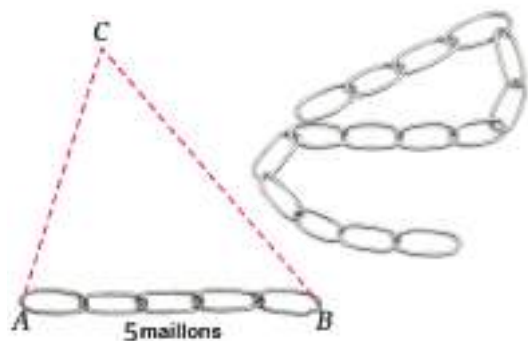
Dans cette leçon, tu connaîtras les théorèmes de l'inégalité dans les triangles, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Sarah voulait former le triangle ABC en utilisant une chaîne composée de 15 maillons de longueur égale, de sorte que le triangle soit scalène et que $m(\angle A) > m(\angle B)$.

Quel est le nombre de maillons approprié pour chacun des deux côtés $\overline{AC}$ et $\overline{CB}$?
Discute les différentes possibilités.



Apprends!

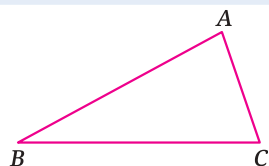


L'inégalité dans le triangle

Théorème

Si deux côtés d'un triangle sont de longueurs différentes, alors le côté le plus long est opposé à un angle dont la mesure est supérieure à celle de l'angle opposé à l'autre côté.

Dans $\triangle ABC$:
Si $AB > AC$
Alors $m(\angle C) > m(\angle B)$



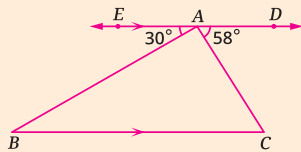
■ Discute avec tes camarades

Lequel des côtés du triangle est le plus long si :

- ① Le triangle est rectangle?
- ② Le triangle est obtusangle?

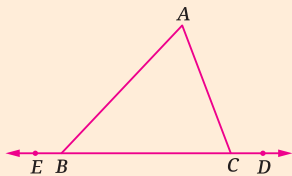
■ Auto-évaluation ①

- ① Dans la figure suivante:



Prouve que: $AB > AC$

- ② Dans la figure suivante:



Si $AB > AC$ prouve que:
 $m(\angle ABE) > m(\angle ACD)$

Par exemple:

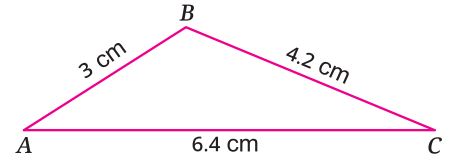
Dans la figure ci-contre:

$m(\angle B) > m(\angle A)$ car: $AC > BC$

$m(\angle A) > m(\angle C)$ car: $BC > BA$

C'est-à-dire :

$m(\angle B) > m(\angle A) > m(\angle C)$



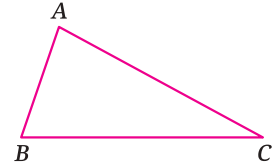
La réciproque du théorème

Si deux angles d'un triangle sont de mesures différentes, alors l'angle le plus grand est opposé au côté dont la longueur est supérieure à celle du côté opposé à l'autre angle.

Dans $\triangle ABC$:

Si $m(\angle B) > m(\angle C)$

Alors $AC > AB$



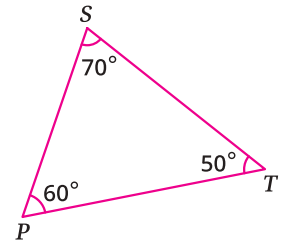
Par exemple:

Dans la figure ci-contre:

$PT > ST$ car : $m(\angle S) > m(\angle P)$,

$ST > SP$ car : $m(\angle P) > m(\angle T)$

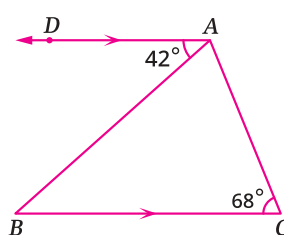
C'est-à-dire: $PT > ST > SP$



Exemple ①

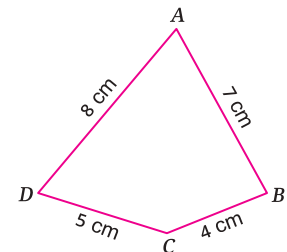
Démontre ce qui est demandé sous chaque figure:

①



Prouve que: $BC > AC$

②



Prouve que: $m(\angle ABC) > m(\angle ADC)$



①

$\therefore \overline{CB} \parallel \overline{AD}$

$\therefore m(\angle B) = m(\angle DAB) = 42^\circ$ (Deux angles alternes-internes)

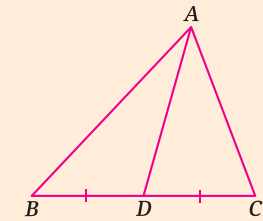
$\therefore m(\angle BAC) = 180^\circ - (42^\circ + 68^\circ) = 70^\circ$

$\therefore m(\angle BAC) > m(\angle B)$

$\therefore BC > AC$

■ Auto-évaluation ②

Dans la figure suivante:



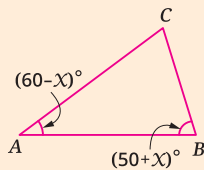
$\overline{AD}$ est une médiane dans $\triangle ABC$ et $BC < 2AD$

Prouve que:

$$m(\angle BAC) < 90^\circ$$

■ Auto-évaluation ③

Dans la figure suivante:



Trouve l'ensemble des valeurs de x qui vérifient que $AC > BC$

② La construction: Trace $\overline{BD}$

La démonstration: Dans $\triangle ABD$

$$\because AD > AB \quad \therefore m(\angle 1) > m(\angle 2) \dots (1)$$

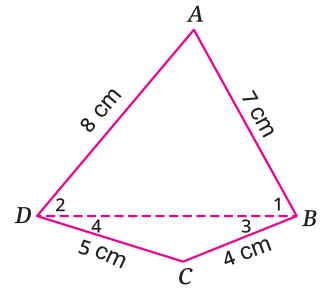
Dans $\triangle CBD$:

$$\because DC > CB \quad \therefore m(\angle 3) > m(\angle 4) \dots (2)$$

En additionnant (1) et (2), on obtient

$$\therefore m(\angle 1) + m(\angle 3) > m(\angle 2) + m(\angle 4)$$

$$\therefore m(\angle ABC) > m(\angle ADC)$$

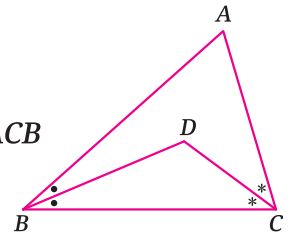


Exemple 2

Dans la figure ci-contre:

$AB > AC$, $\overrightarrow{BD}$ bissecte $\angle ABC$ et $\overrightarrow{CD}$ bissecte $\angle ACB$

Prouve que: $BD > CD$



$$\because \overrightarrow{BD} \text{ bissecte } \angle ABC$$

$$\therefore m(\angle DBC) = \frac{1}{2} m(\angle ABC)$$

$$\because \overrightarrow{CD} \text{ bissecte } \angle ACB$$

$$\therefore m(\angle DCB) = \frac{1}{2} m(\angle ACB)$$

Dans $\triangle ABC$:

$$\because AB > AC$$

$$\therefore m(\angle ACB) > m(\angle ABC) \quad \therefore \frac{1}{2} m(\angle ACB) > \frac{1}{2} m(\angle ABC)$$

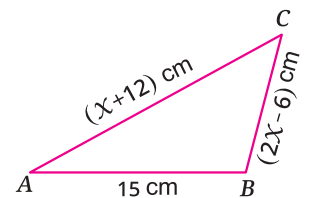
$$\therefore m(\angle DCB) > m(\angle DBC) \quad \therefore BD > CD$$

Exemple 3

Dans la figure ci-contre:

Trouve l'ensemble des valeurs de x

qui vérifient que $m(\angle A) < m(\angle B)$



Dans $\triangle ABC$:

$$\because AC + BC > 15 \text{ (L'inégalité du triangle)}$$

$$\therefore x + 12 + 2x - 6 > 15 \quad \therefore 3x + 6 > 15 \quad \therefore 3x > 15 - 6$$

$$\therefore 3x > 9$$

$$\therefore x > \frac{9}{3}$$

$$\therefore x > 3$$

$$\because m(\angle A) < m(\angle B)$$

$$\therefore BC < AC$$

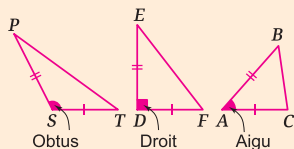
$$\therefore 2x - 6 < x + 12$$

$$\therefore 2x - x < 12 + 6$$

$$\therefore x < 18$$

$$\therefore 3 < x < 18$$

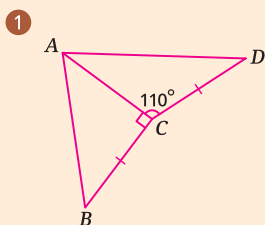
■ Remarque



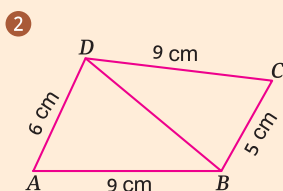
$$BC < EF < PT$$

La longueur du côté opposé à l'angle compris entre deux côtés d'un triangle augmente lorsque la mesure de cet angle augmente.

■ Auto-évaluation ④



Compare entre la longueur de $\overline{AD}$ et la longueur de $\overline{AB}$



Compare entre $m(\angle CDB)$ et $m(\angle ABD)$

L'inégalité dans deux triangles

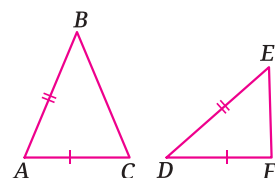
Théorème

Si deux côtés d'un triangle sont égaux en longueur aux deux côtés correspondants d'un autre triangle et que les mesures des angles compris entre ces deux côtés sont différentes, alors l'angle le plus grand est opposé au côté le plus long.

Si $AC = DF$, $AB = DE$ et

$$m(\angle A) > m(\angle D)$$

Alors $BC > EF$

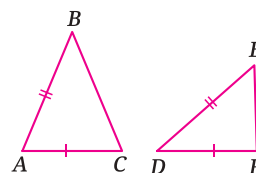


La réciproque du théorème

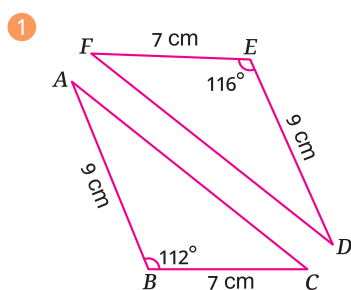
Si deux côtés d'un triangle sont égaux en longueur aux deux côtés correspondants d'un autre triangle et que la longueur du troisième côté est différente, alors le côté le plus long est opposé à l'angle de plus grande mesure.

Si $AC = DF$, $AB = DE$ et $BC > EF$

Alors $m(\angle A) > m(\angle D)$



Exemple ④



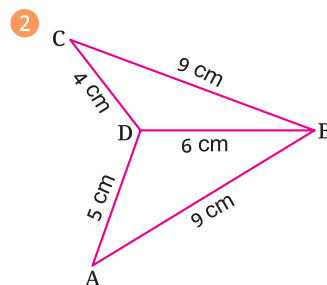
Compare entre la longueur de $\overline{AC}$ et la longueur de $\overline{FD}$



$$\textcircled{1} \because BC = EF \text{ et } AB = ED$$

$$\therefore m(\angle B) < m(\angle E)$$

$$\therefore AC < FD$$



Compare entre $m(\angle ABD)$ et $m(\angle CBD)$

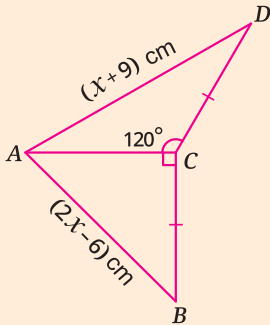
$$\textcircled{2} \because AB = CB \text{ et } DB = DB \quad (\text{Côté commun})$$

$$\therefore AD > CD$$

$$\therefore m(\angle ABD) > m(\angle CBD)$$

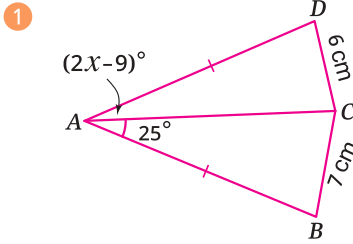
■ Auto-évaluation ⑤

Trouve l'ensemble des valeurs possibles de x dans la figure suivante:



Exemple 5

Trouve l'ensemble des valeurs possibles de x dans chacun de ce qui suit:



① $\because AB = AD$

$AC = AC$ (Côté commun)

$DC < BC$

$\therefore m(\angle DAC) < m(\angle BAC)$

$\therefore 2x - 9 < 25$

$\therefore 2x < 25 + 9$

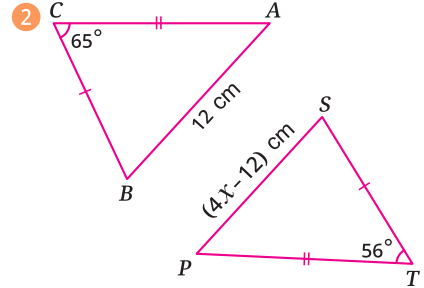
$\therefore 2x < 34 \quad \therefore x < 17$

$\because m(\angle DAC) > 0$

$\therefore 2x - 9 > 0 \quad \therefore 2x > 9$

$\therefore x > 4.5$

$\therefore 4.5 < x < 17$



② $\because AC = PT$ et $BC = ST$

$m(\angle T) < m(\angle C)$

$\therefore PS < AB$

$\therefore 4x - 12 < 12$

$\therefore 4x < 12 + 12$

$\therefore 4x < 24 \quad \therefore x < 6$

$\because PS > 0$

$\therefore 4x - 12 > 0$

$\therefore 4x > 12 \quad \therefore x > 3$

$\therefore 3 < x < 6$

Évaluation de la leçon



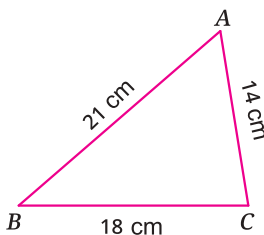
Premièrement

Mesurer les concepts

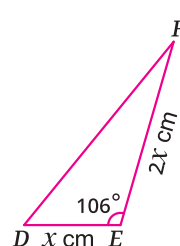


① Classe par ordre croissant les mesures des angles dans chacun des triangles suivants:

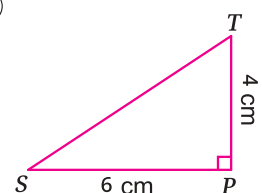
①



②

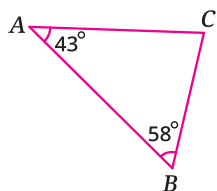


③

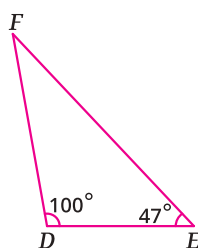


② Classe par ordre croissant les longueurs des côtés dans chacun des triangles suivants:

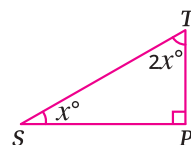
①



②

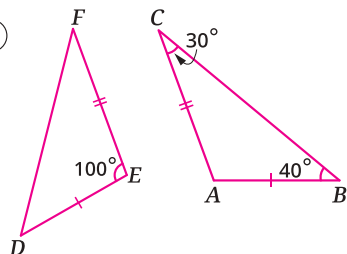


③



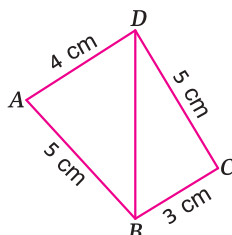
③ Compare entre les mesures demandées sous chaque figure:

①



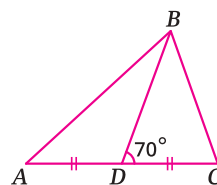
La longueur de $\overline{FD}$ et la longueur de $\overline{CB}$

②



$m(\angle CDB)$ et $m(\angle ABD)$

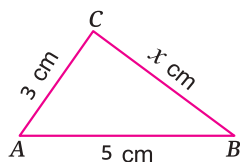
③



La longueur de $\overline{AB}$ et la longueur de $\overline{BC}$

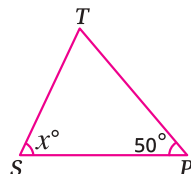
④ Trouve les valeurs possibles de x qui vérifient la condition demandée sous chaque figure:

①



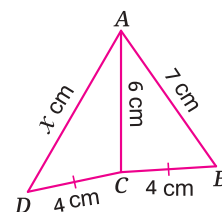
$m(\angle A) > m(\angle B)$

②



$TP > ST$

③



$AD > AB$

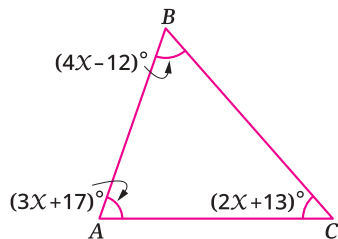
Deuxièmement

Appliquer les concepts

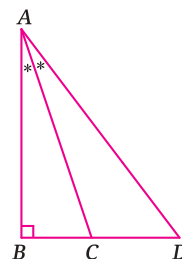


⑤ Dans chacune des deux figures suivantes, classe les longueurs des côtés du triangle ABC de la plus courte à la plus longue:

①



②

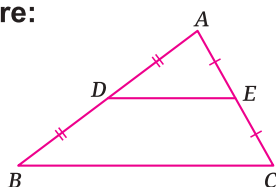


⑥ Dans la figure ci-contre:

Si $AD > AE$

Prouve que:

$m(\angle C) > m(\angle B)$

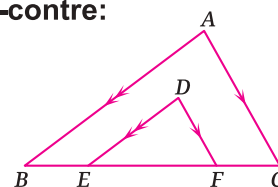


⑦ Dans la figure ci-contre:

Si $AC < AB$

Prouve que:

$DE > DF$

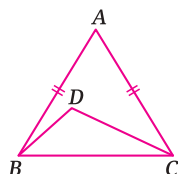


8 Dans la figure ci-contre:

$$AB = AC$$

$$m(\angle ACD) > m(\angle ABD)$$

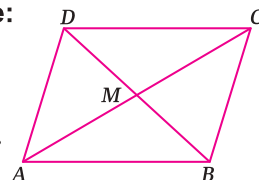
Prouve que: $DC > DB$



9 Dans la figure ci-contre:

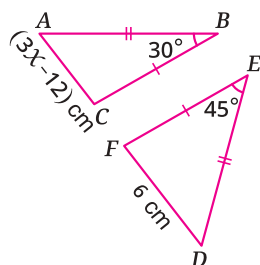
$ABCD$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en M et $AB > BC$.
Prouve que:

$$m(\angle AMB) > m(\angle CMB)$$

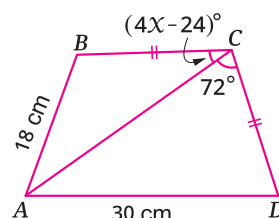


10 Trouve les valeurs possibles de X dans chacun de ce qui suit:

1



2



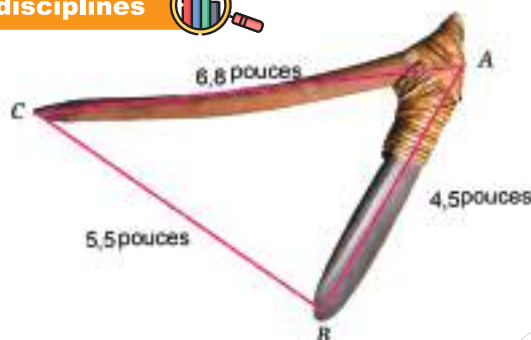
Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



11 Archéologie:

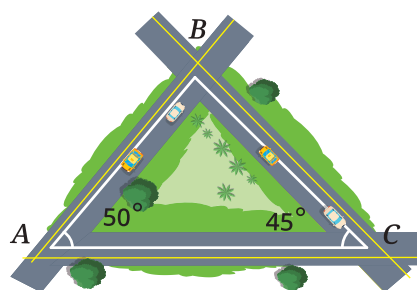
Les anciens Égyptiens utilisaient l'outil ci-contre pour lisser et façonner les pièces de bois. Lequel des deux angles est le plus grand ? Est-ce que $(\angle A)$, qui est l'angle formé par la lame de l'outil avec le manche, ou $(\angle B)$, qui est l'angle formé par la lame de l'outil avec la surface de travail ? Explique cela.



Les anciens Égyptiens excellaient dans les travaux manuels ; ils maîtrisaient la fabrication de bijoux, le travail du bois, du métal, la gravure et la construction avec une précision et une créativité étonnantes.

12 Intersection de routes:

Deux routes se rencontrent en formant un angle de mesure 50° au point A . Une troisième route de B à C forme un angle de mesure 45° avec la route de A à C . Laquelle des deux intersections A ou B est la plus proche de C ? Explique.



Pensée créative

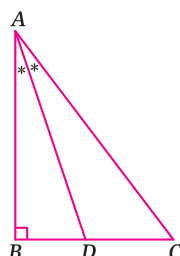


13 Dans la figure ci-contre:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en B ,

$\overrightarrow{AD}$ bissecte $\angle BAC$,

Prouve que: $DC > DB$



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'inégalité dans les triangles?

Coche la case appropriée.



Leçon 3 - 3

Les projections orthogonales et le théorème d'Euclide

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître la projection orthogonale d'un point sur une droite.
- Connaître la projection orthogonale d'un segment sur une droite.
- Connaître le théorème d'Euclide et ses résultats.
- Utiliser le théorème d'Euclide pour résoudre certains problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- La projection orthogonale.
- Le théorème d'Euclide
- La moyenne géométrique

Sois prêt!



La statue du roi Ramsès II est un chef-d'œuvre unique qui incarne la grandeur des pharaons et la créativité des anciens Égyptiens dans l'art de la sculpture. Elle a été découverte en 1820 après J.-C. près de la région de Mit Rahina au sud de Gizeh, puis elle a été déplacée à la place Bab El-Hadid en 1955 après J.-C. pour changer le nom de la place en place Ramsès, et y est restée jusqu'à ce qu'elle soit déplacée à son emplacement actuel dans le Grand Musée Égyptien. Peux-tu déterminer la hauteur de la statue à partir des données montrées sur l'image ?



Dans cette leçon, tu connaîtras les projections orthogonales et le théorème d'Euclide, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Hamed a un terrain de forme triangulaire dont les dimensions sont 65 m, 72 m et 97 m. Il veut le diviser par un chemin perpendiculaire à son côté le plus long. Peux-tu connaître la longueur de ce chemin ?



Apprends!



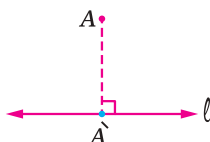
Les projections orthogonales

La projection d'un point sur une droite

La projection d'un point sur une droite est le pied de la perpendiculaire abaissée du point sur cette droite

Si $A \notin \ell$, alors:

La projection du point A sur la droite ℓ est le point A' où $\overline{AA'} \perp \ell$



Si $A \in \ell$, alors:

La projection du point A sur la droite ℓ est le point A lui-même.



■ Discute avec tes camarades

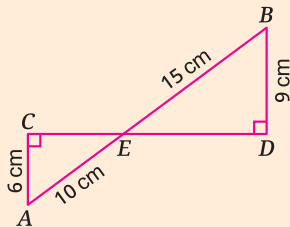
Quelle est la relation entre la longueur d'un segment et la longueur de sa projection sur une droite donnée dans chacun des cas suivants :

- 1 Le segment est parallèle à la droite.
- 2 Le segment n'est pas parallèle à la droite.
- 3 Le segment est perpendiculaire à la droite.

La longueur de la projection du segment sur une droite peut-elle être supérieure à la longueur du segment lui-même ?

■ Auto-évaluation ①

Dans la figure suivante :

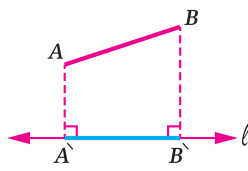


Trouve la longueur de chacun de ce qui suit :

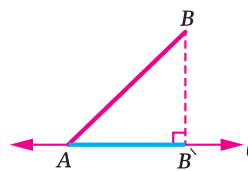
- 1 La projection de $\overline{AE}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$
- 2 La projection de $\overline{BE}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$
- 3 La projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{CD}$

La projection d'un segment sur une droite

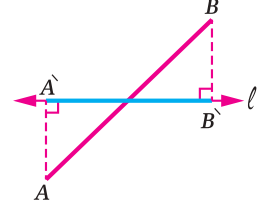
La projection d'un segment sur une droite est le segment dont les deux extrémités sont les deux projections des deux extrémités du segment initial sur cette droite.



La projection de $\overline{AB}$ sur la droite ℓ est $\overline{A'B'}$



La projection de $\overline{AB}$ sur la droite ℓ est $\overline{A'A'}$



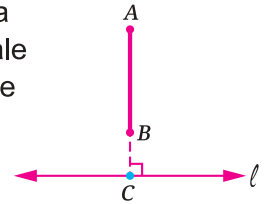
La projection de $\overline{AB}$ sur la droite ℓ est $\overline{A'B'}$

Remarque

Si le segment est en position perpendiculaire à la droite, alors sa projection sur cette droite est égale à un point unique qui est la projection de chacune de ses extrémités.

Dans la figure ci-contre :

La projection de $\overline{AB}$ sur la droite ℓ est le point C

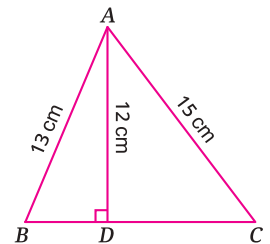


Exemple ①

Dans la figure ci-contre :

Trouve la longueur de chacun de ce qui suit :

- 1 La projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$
- 2 La projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$



$$\therefore \overline{AD} \perp \overleftrightarrow{BC} \text{ et } D \in \overleftrightarrow{BC}$$

$\therefore \overline{DC}$ est la projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$ et $\overline{DB}$ est la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$

$\therefore \triangle ADC$ est un triangle rectangle en D

$$\therefore DC = \sqrt{(15)^2 - (12)^2} = \sqrt{81} = 9$$

$\therefore$ La longueur de la projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$ est égale à 9 cm

$\therefore \triangle ADB$ est un triangle rectangle en D

$$\therefore DB = \sqrt{(13)^2 - (12)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\therefore$ La longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$ est égale à 5 cm

■ Information précédente

Le théorème de Pythagore :

Si $\triangle ABC$ est un triangle rectangle en B,

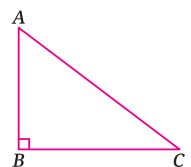
alors :

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

et donc :

$$(AB)^2 = (AC)^2 - (BC)^2$$

$$(BC)^2 = (AC)^2 - (AB)^2$$



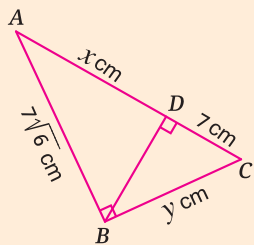
■ L'histoire des mathématiques

Euclide est un mathématicien grec qui a vécu dans la ville d'Alexandrie vers 300 av. J.-C. et il est surnommé "le père de la géométrie". Il est célèbre pour son livre célèbre "Les Éléments" qui est considéré comme l'un des livres les plus importants dans l'histoire des mathématiques



■ Auto-évaluation ②

Dans la figure suivante, trouve la valeur de x et y



■ Remarque que

Dans la figure ci-contre:

$$\because (AD)^2 = DB \times DC$$

, alors AD est la moyenne géométrique positive entre DB et DC

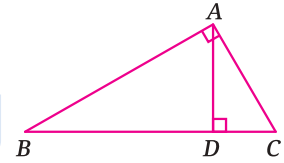
Le théorème d'Euclide

L'aire du carré construit sur l'un des deux côtés de l'angle droit dans le triangle rectangle est égale à l'aire du rectangle dont les dimensions sont la longueur de la projection de ce côté sur l'hypoténuse et la longueur de l'hypoténuse.

Si $\triangle ABC$ est un triangle rectangle en A et

$D \in \overline{BC}$ tel que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, alors:

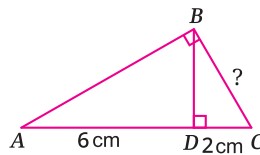
$$(AC)^2 = CD \times CB \quad \text{et} \quad (AB)^2 = BD \times BC$$



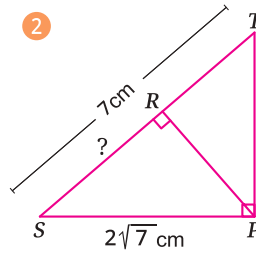
Exemple ②

Dans chacune des figures suivantes, trouve la longueur du côté indiqué par la marque (?).

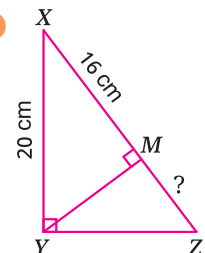
①



②



③



$$\textcircled{1} \because (BC)^2 = CD \times CA$$

(le théorème d'Euclide)

$$\because (BC)^2 = 2 \times (2 + 6) = 16$$

$$\because BC = \sqrt{16} \quad \therefore BC = 4$$

C'est-à-dire que :

La longueur de $\overline{BC}$ est égale à 4 cm.

$$\textcircled{2} \because (SP)^2 = SR \times ST$$

(le théorème d'Euclide)

$$\because (2\sqrt{7})^2 = SR \times 7$$

$$\because 28 = SR \times 7 \quad \therefore SR = \frac{28}{7} = 4$$

C'est-à-dire que :

La longueur de $\overline{SR}$ est égale à 4 cm.

$$\textcircled{3} \because (XY)^2 = XM \times XZ \quad (\text{le théorème d'Euclide})$$

$$\because (20)^2 = 16(16 + ZM) \quad \therefore 400 = 16(16 + ZM)$$

$$\because 16 + ZM = \frac{400}{16} \quad \therefore 16 + ZM = 25 \quad \therefore ZM = 25 - 16 = 9$$

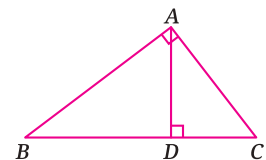
C'est-à-dire que: La longueur de $\overline{ZM}$ est égale à 9 cm.

Résultat:

Si $\triangle ABC$ est un triangle rectangle en A et

$D \in \overline{BC}$ tel que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

, alors : $(AD)^2 = DB \times DC$



Remarque dans la figure précédente que:

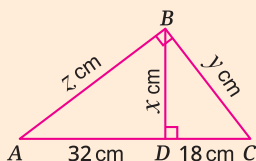
$$AD = \frac{AB \times AC}{BC}$$

"Tu peux prouver cette remarque en utilisant la loi de l'aire du triangle"

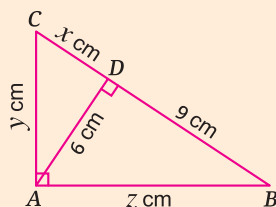
■ Auto-évaluation ③

Dans chacune des deux figures suivantes, trouve les valeurs de x , y et z :

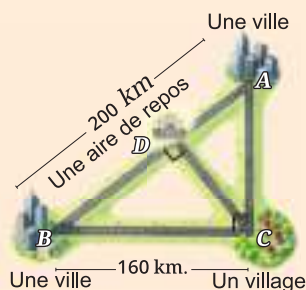
1



2



■ Auto-évaluation ④

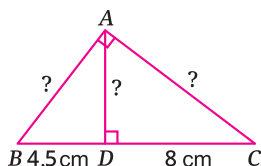


La figure tracée est un schéma proposé pour construire une aire de repos D sur l'autoroute entre deux villes A et B . Quelle est la longueur de la route reliant cette maison de repos au village C ?

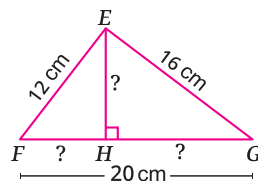
Exemple 3

Dans chacune des deux figures suivantes, trouve les longueurs des côtés indiquées par la marque (?):

1



2



$$\begin{aligned} 1 \quad & \because (AD)^2 = DB \times DC \\ & = 4,5 \times 8 = 36 \\ & \therefore AD = \sqrt{36} = 6 \\ & \therefore (AC)^2 = CD \times CB \\ & = 8 \times 12,5 = 100 \\ & \therefore AC = \sqrt{100} = 10 \\ & \therefore (AB)^2 = BD \times BC \\ & = 4,5 \times 12,5 = 56,25 \\ & \therefore AB = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \quad & \text{Dans } \triangle EFG : \\ & \because (20)^2 = (12)^2 + (16)^2 \\ & \therefore m(\angle FEG) = 90^\circ \\ & \therefore EH = \frac{EF \times EG}{FG} \\ & = \frac{12 \times 16}{20} = 9,6 \\ & \therefore (EG)^2 = GH \times GF \\ & \therefore (16)^2 = GH \times 20 \\ & \therefore GH = \frac{(16)^2}{20} = 12,8 \text{ cm.} \\ & \therefore FH = 20 - 12,8 = 7,2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

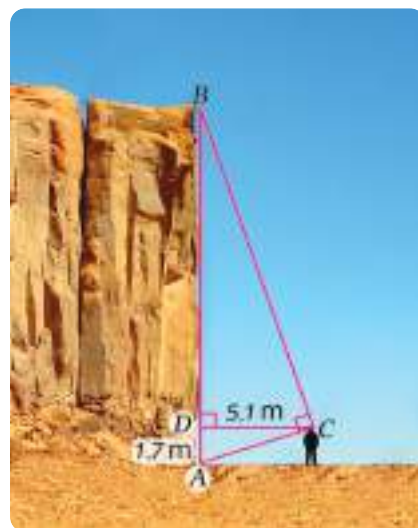
Exemple 4

Lien avec la vie:

Si tu sais que la taille de l'homme est 1,7 mètres et qu'il est à une distance de 5,1 mètres du rocher. Trouve la hauteur du rocher (La longueur de $\overline{AB}$)



$$\begin{aligned} & \because m(\angle ACB) = 90^\circ \text{ et } \overline{CD} \perp \overline{AB} \\ & \therefore (CD)^2 = AD \times BD \\ & \therefore (5,1)^2 = 1,7 \times BD \\ & \therefore BD = \frac{(5,1)^2}{1,7} = 15,3 \\ & \therefore AB = 1,7 + 15,3 = 17 \\ & \therefore \text{La hauteur du rocher est 17 mètres.} \end{aligned}$$

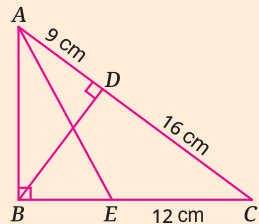


■ Auto-évaluation ⑤

Dans la figure suivante:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en B ,
 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$,
 $AD = 9$ cm, $CD = 16$ cm
 et $EC = 12$ cm

Trouve la longueur de $\overline{AE}$



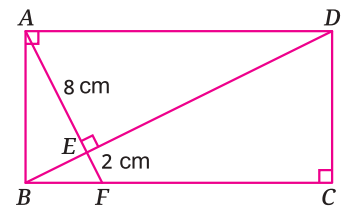
Exemple 5

Dans la figure ci-contre:

$ABCD$ est un rectangle, $F \in \overline{BC}$, $\overline{AF} \perp \overline{BD}$,

$AE = 8$ cm et $EF = 2$ cm

Trouve la longueur de $\overline{BD}$



$\therefore \triangle ABF$ est un triangle rectangle en B et $\overline{BE} \perp \overline{AF}$

$$\therefore (BE)^2 = EA \times EF = 8 \times 2 = 16 \quad \therefore BE = 4$$

$\therefore \triangle BAD$ est un triangle rectangle en A et $\overline{AE} \perp \overline{BD}$

$$\therefore (AE)^2 = EB \times ED \quad \therefore 64 = 4 \times ED \quad \therefore ED = 16$$

$$\therefore BD = BE + ED = 4 + 16 = 20$$

C'est-à-dire que la longueur de $\overline{BD}$ est égale à 20 cm

Activité collaborative



Utilise différentes sources (comme : Le réseau d'Internet, la bibliothèque de ton école, etc ...) et coopère avec tes camarades sous la supervision de ton enseignant pour en savoir plus sur le mathématicien Euclide et ses axiomes sur lesquels il a construit son système géométrique.

Évaluation de la leçon



Premièrement

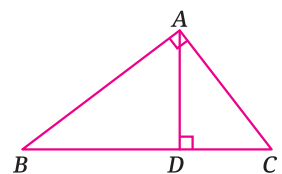
Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

① Dans la figure ci-contre:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en A et $D \in \overline{BC}$ tel que $\overline{AD} \perp \overline{BC}$



① Quelle est la projection de $\overline{AB}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$?

(a) $\overline{AD}$

(b) $\overline{DB}$

(c) $\overline{DC}$

(d) $\{D\}$

② Quelle est la projection de $\overline{AC}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$?

(a) $\overline{AD}$

(b) $\overline{DB}$

③ Quelle est la projection de $\overline{AD}$ sur $\overleftrightarrow{BC}$?

(a) $\overline{AD}$

(b) $\overline{DB}$

(c) $\overline{DC}$

(d) $\{D\}$

(c) $\overline{DC}$

(d) $\{D\}$

④ Quelle est la projection de $\overline{BC}$ sur $\overleftrightarrow{AB}$?

(a) $\overline{BC}$

(b) $\overline{AC}$

⑤ Quelle est la projection de $\overline{CB}$ sur $\overleftrightarrow{AC}$?

(a) $\overline{BC}$

(b) $\overline{CA}$

(c) $\overline{BA}$

(d) $\{A\}$

(c) $\overline{AB}$

(d) $\{A\}$

⑥ Lequel de ce qui suit est correct ?

(a) $(AB)^2 = BD \times DC$

(b) $(AB)^2 = BC \times AC$

(c) $(AB)^2 = BD \times BC$

(d) $(AB)^2 = BC \times CD$

► Découvre l'erreur:

- ② Dans la figure ci-contre, quelle est la longueur de $\overline{CB}$?
Lequel de Magdy et Ibrahim a la bonne réponse ? Discute

La solution de Magdy :

$$(CB)^2 = CD \times AD$$

$$= 5 \times 4 = 20$$

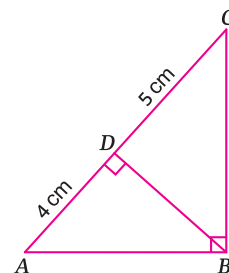
$$\therefore CB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

La solution d'Ibrahim :

$$(CB)^2 = CD \times CA$$

$$= 5 \times 9 = 45$$

$$\therefore CB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$



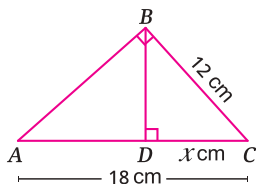
Deuxièmement

Appliquer les concepts

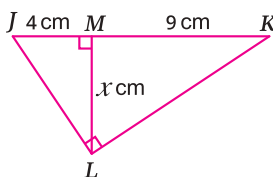


► Dans chacune des figures suivantes, trouve la valeur de X :

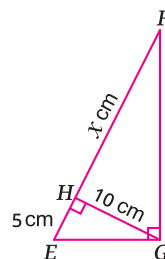
③



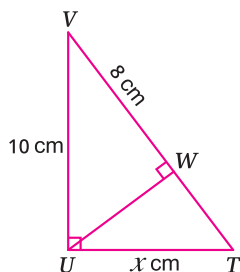
④



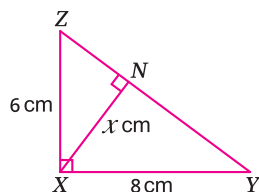
⑤



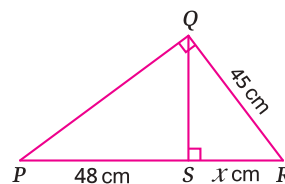
⑥



⑦



⑧

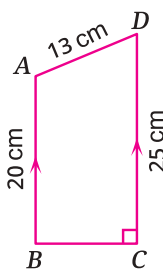


► Réponds aux questions suivantes:

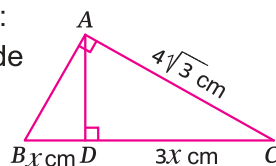
- ⑨ Dans la figure ci-contre:

$ABCD$ est un trapèze rectangle

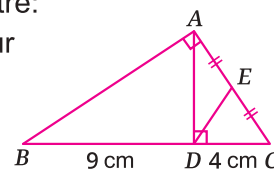
- ① Quelle est la longueur de la projection de $\overline{AD}$ sur $\overrightarrow{DC}$?
- ② Quelle est la longueur de la projection de $\overline{AD}$ sur $\overrightarrow{BC}$?



- ⑪ Dans la figure ci-contre:
Quelle est la longueur de $\overline{BD}$?

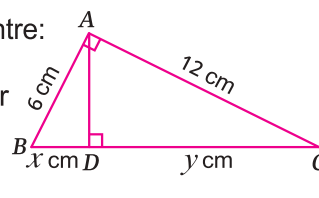


- ⑩ Dans la figure ci-contre:
Quelle est la longueur de $\overline{DE}$?



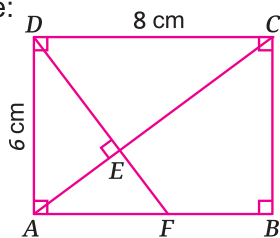
- ⑫ Dans la figure ci-contre:

Quelle est la valeur de $\frac{x}{y}$?



13 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la longueur de $\overline{EF}$?



15 Dans la figure ci-contre:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en B ,

D est le milieu de $\overline{BC}$ et

$E \in \overline{AB}$ tel que $m(\angle ADE) = 90^\circ$

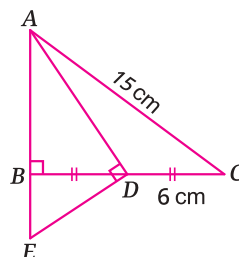
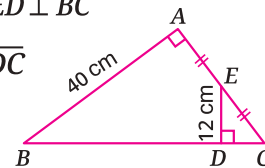
Trouve la longueur de $\overline{BE}$

14 Dans la figure suivante:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en A ,

E est le milieu de $\overline{AC}$ et $\overline{ED} \perp \overline{BC}$

Trouve la longueur de $\overline{DC}$

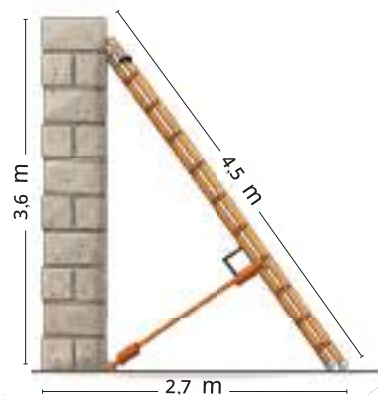


Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



16 Une échelle de longueur 4,5 mètres, s'appuie sur un mur vertical, sa base est à une distance de 2,7 mètres du mur et la hauteur de son sommet par rapport au sol est de 3,6 mètres. L'échelle est attachée par une corde perpendiculaire à celle-ci comme montré dans la figure pour empêcher qu'elle ne glisse, quelle est la longueur de la corde?



Suivre les règles de sécurité et de sûreté reflète la conscience et la responsabilité de l'individu envers lui-même et envers les autres



17 Quelle est la longueur du levier hydraulique dans la position montrée pour la voiture ?

Pensée créative

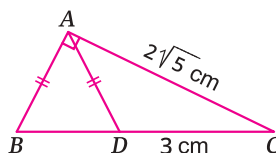


18 Dans la figure ci-contre:

$\triangle ABC$ est un triangle rectangle en A

et $D \in \overline{BC}$ où $AB = AD$,

trouve la longueur de $\overline{BD}$



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des projections orthogonales et du théorème d'Euclide ? Coche la case appropriée.



Leçon 3 - 4

Le cercle

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept du cercle.
- Connaître le concept de diamètre du cercle et son rayon.
- Utiliser le compas pour tracer un cercle en connaissant son centre et la longueur de son rayon.
- Connaître la formule mathématique pour calculer à la fois le périmètre et l'aire du cercle.
- Résoudre des problèmes impliquant le périmètre et l'aire du cercle.
- Utiliser la formule mathématique pour calculer à la fois le périmètre et l'aire du cercle pour résoudre des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Le cercle
- Le centre du cercle
- Le rayon
- Le diamètre
- Le périmètre
- L'aire du cercle

■ Remarque que

Habituellement, le cercle est appelé d'après son centre, donc on dit le cercle M pour désigner le cercle dont le centre est le point M .

Sois prêt!



La grande roue est l'un des manèges les plus importants des parcs d'attractions. Elle est constituée d'un ensemble de sièges qui se déplacent selon une trajectoire circulaire, et chaque siège se trouve à une distance fixe de son centre. Peux-tu calculer la distance parcourue par l'un des sièges s'il effectue un cycle complet autour du centre de la roue, en supposant que chaque siège se trouve à une distance de 7 m du centre ?

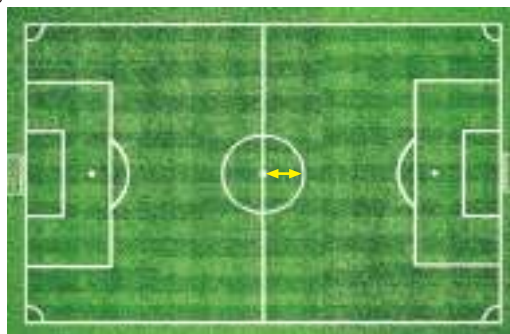


Dans cette leçon, tu apprendras le concept du cercle et les concepts qui y sont liés, et comment déterminer son périmètre et son aire, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Un match de football commence par un coup d'envoi depuis un point situé au centre du cercle de milieu de terrain, c'est un cercle situé exactement au milieu du terrain et dont le rayon mesure environ 10 yards. Comment tracer ce cercle précisément sur le terrain ? Discute.



Apprends!



Le cercle

Le cercle est l'ensemble des points du plan qui se trouvent à une distance fixe d'un point fixe dans le plan.

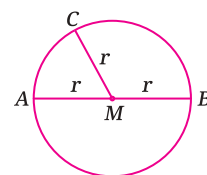
- Le point fixe est appelé «Le centre du cercle» et il est désigné par l'une des lettres comme « M » et la distance fixe est appelée «la longueur du rayon» et elle est désignée par « r ».

- Le rayon est un segment tracé entre le centre du cercle et n'importe quel point sur celui-ci

Par exemple: chacun de $\overline{MC}$, $\overline{MB}$ et $\overline{MA}$ est un rayon dans le cercle M .

- Le diamètre est un segment passant par le centre du cercle et tracé entre deux points du cercle.

Par exemple: $\overline{AB}$ est un diamètre dans le cercle M et la longueur du diamètre est désignée par « d » et est $d = 2r$.

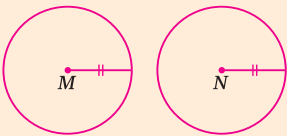


■ Auto-évaluation ①

Trace un cercle N dont la longueur de diamètre est de 5 cm.

■ Remarque que

Les cercles congruents sont des cercles qui ont des rayons de même longueur.



Tracer le cercle

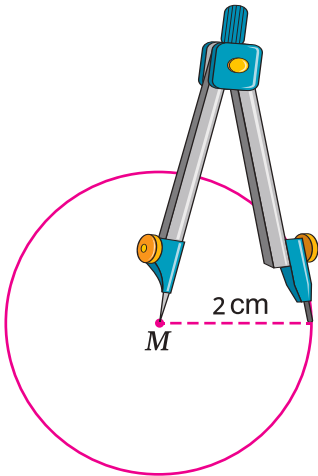
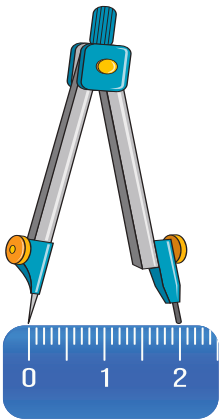
La règle et le compas sont utilisés pour tracer le cercle en connaissant la longueur de son rayon.

Exemple 1

Trace un cercle M dont la longueur du rayon est de 2 cm.

✓ Pour tracer le cercle M dont la longueur du rayon est de 2 cm, procède comme suit:

- ① Ouvre le compas d'une ouverture égale à la longueur du rayon demandé (2 cm).
- ② Fixe la pointe du compas sur le papier, alors ce point est le centre du cercle M , puis trace le cercle. Tu obtiens le cercle demandé.



Trouver le rapport entre le périmètre d'un cercle et la longueur de son diamètre

Activité pratique 1

Utilise de nombreux objets circulaires tels qu'une assiette, une horloge murale, une pièce de monnaie, un disque compact (CD) et fais comme suit:

- ① Coupe une partie d'un fil de la longueur du périmètre de chaque objet et utilise une règle pour mesurer la longueur de cette partie au millimètre près.
- ② Mesure la longueur du diamètre de chaque objet à un millimètre près.
- ③ Enregistre tes mesures dans le tableau suivant:

L'objet	Le périmètre du cercle (p)	La longueur du diamètre du cercle (d)	$\frac{p}{d}$
Assiette	_____	_____	_____
Horloge murale	_____	_____	_____
Pièce de monnaie	_____	_____	_____
Disque compact	_____	_____	_____

- ④ Utilise la calculatrice, trouve à chaque fois le rapport entre le périmètre du cercle et la longueur de son diamètre, arrondis les résultats à un centième près et enregistre les résultats à chaque fois dans la dernière colonne du tableau précédent. Que remarques-tu à propos de ce rapport ?



■ Remarque que

Le nombre π est un nombre irrationnel où : $\pi \approx 3,141592654$ et cette valeur est une valeur approchée pour le nombre π , pour faciliter les calculs, nous pouvons utiliser les valeurs approchées suivantes pour le nombre π :

$\pi \approx \frac{22}{7}$ ou $\pi \approx 3,14$ et ces valeurs approchées sont les valeurs les plus courantes.

■ Auto-évaluation (2)

- ① Calcule le périmètre du cercle dont la longueur du diamètre est de 25 pieds ($\pi \approx 3,14$).
- ② Trouve en fonction de π , le périmètre du cercle dont la longueur du rayon est de 12 cm.

■ Auto-évaluation (3)

Une roue de voiture dont la longueur du diamètre est de 70 cm, quel est le périmètre de la roue ?

Et si la roue effectue un tour complet, quelle distance la voiture parcourt-elle ? Et combien de tours la roue doit-elle faire pour parcourir une distance de 2,2 km ?

$$(\pi \approx \frac{22}{7})$$



Le périmètre du cercle

- Le périmètre du cercle (P) est la longueur de la ligne courbe qui représente le cercle.
- Le rapport entre le périmètre du cercle (P) et la longueur de son diamètre (d) est un nombre irrationnel désigné par le symbole π .

c'est-à-dire que: $\frac{P}{d} = \pi$

et donc: $P = \pi d$, alors $P = 2 \pi r$

Exemple (2)

- ① Trouve le périmètre du cercle dont la longueur du diamètre est de 32 cm et arrondis le résultat à un dixième près ($\pi \approx 3,14$).
- ② Trouve, en fonction de π , le périmètre du cercle dont la longueur du rayon est de 13,5 pieds.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \because P &= \pi d \\ \therefore P &= 32 \pi \\ \therefore P &\approx 32 \times 3,14 \\ \therefore \text{Le périmètre du cercle} \\ &\approx 100,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \because P &= 2 \pi r \\ \therefore P &= 2 \times 13,5 \pi \\ \therefore P &= 27 \pi \\ \therefore \text{Le périmètre du cercle} \\ &= 27 \pi \text{ pieds} \end{aligned}$$

Remarque

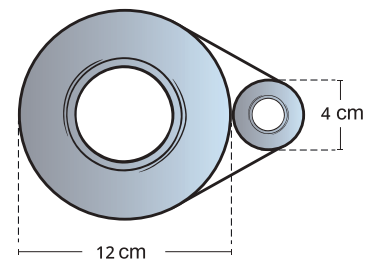
L'utilisation de la touche π dans la calculatrice donne des résultats plus précis, car elle utilise une valeur de π arrondie au milliardième près. Essaie toi-même de trouver le périmètre du cercle dans partie

① de l'exemple précédent en utilisant la touche π dans la calculatrice et compare les résultats.

Exemple (3)

Lien avec la vie:

Trouve le nombre de tours effectués par la petite poulie lorsque la grande poulie effectue 8 tours complets.



$$\because \text{Le périmètre de la grande poulie} = \pi d = 12 \pi \text{ cm et}$$

$$\text{le périmètre de la petite poulie} = \pi d = 4 \pi \text{ cm}$$

$$\therefore \text{Le nombre de tours effectués par la petite poulie lorsque la grande poulie effectue un tour est égal à } \frac{12 \pi}{4 \pi} = 3 \text{ tours.}$$

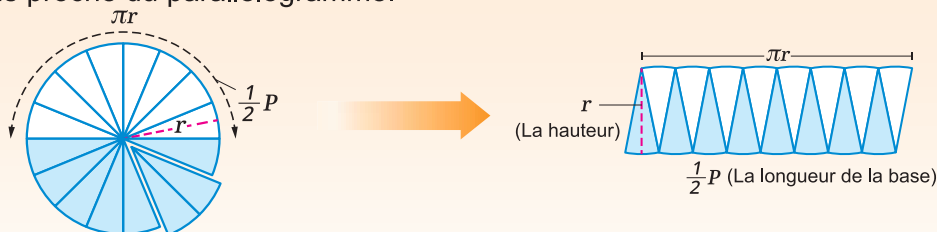
$$\therefore \text{Le nombre de tours effectués par la petite poulie lorsque la grande poulie effectue 8 tours est égal à } 8 \times 3 = 24 \text{ tours.}$$

Activité pratique 2



Déduction de la formule mathématique pour calculer l'aire du cercle

- 1 Plie une feuille de papier en forme de cercle en deux moitiés quatre fois consécutives, pour la diviser en 16 parties égales.
- 2 Découpe chaque partie, puis réassemble et dispose les parties pour former une nouvelle figure plus proche du parallélogramme.



- 3 La hauteur du parallélogramme est la longueur du rayon du cercle initial (r) et la longueur de sa base est la moitié du périmètre du cercle initial ($\frac{1}{2} P = \pi r$).
- 4 L'aire du cercle = L'aire du parallélogramme = $\pi r \times r = \pi r^2$ c'est-à-dire que $A = \pi r^2$.

■ Auto-évaluation ④

- 1 Trouve, en fonction de π , l'aire du cercle dont la longueur du rayon est de 5 cm.
- 2 En utilisant la touche π dans la calculatrice, trouve l'aire du cercle dont la longueur du diamètre est de 19 pouces et arrondis le résultat à un dixième près

■ Auto-évaluation ⑤

Un cercle dont le périmètre est de 20π cm, trouve son aire ($\pi \approx 3,14$).

L'aire du cercle

L'aire du cercle est égale au produit du carré de la longueur du rayon par le rapport approché de π

Cela signifie que $A = \pi r^2$.

Exemple ④

- 1 En utilisant la touche π dans la calculatrice, trouve l'aire du cercle dont la longueur du rayon est de 9,2 cm et arrondis le résultat à un dixième près.
- 2 Trouve, en fonction de π , l'aire du cercle dont la longueur du diamètre est de 8 pieds.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \because A = \pi r^2 \\ & \therefore A = (9,2)^2 \pi \approx 265,9 \\ & \therefore \text{L'aire du cercle} \\ & \approx 265,9 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \because d = 8 \quad \therefore r = \frac{8}{2} = 4 \\ & \therefore A = \pi r^2 \\ & \therefore A = (4)^2 \pi = 16 \pi \\ & \therefore \text{L'aire du cercle} \\ & = 16 \pi \text{ pieds carrés.} \end{aligned}$$

Exemple ⑤

Un cercle dont l'aire est de $81 \pi \text{ cm}^2$, trouve la longueur de son rayon, puis trouve son périmètre à un dixième près.



$$\begin{aligned} \therefore A &= 81 \pi & \therefore \pi r^2 &= 81 \pi \\ \therefore r^2 &= 81 & \therefore r &= \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

C'est-à-dire que la longueur du rayon du cercle = 9 cm

$$\therefore P = 2 \pi r = 2 \times 9 \times \pi = 18 \pi \approx 56,5$$

C'est-à-dire que le périmètre du cercle $\approx 56,5$ cm

■ Auto-évaluation ⑥

Une fontaine circulaire avec un centre M et une longueur de rayon de 4 m , on veut réaliser un chemin circulaire autour d'elle à partir de carreaux d'une largeur de 2 m . Quelle est l'aire du chemin en fonction de π ?

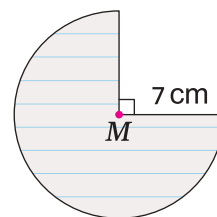


Exemple 6

Lien avec la vie:

Une feuille de papier de forme circulaire dont une partie représentant un quart de cercle a été retiré comme dans la figure ci-contre.

Trouve l'aire et le périmètre de la partie restante ($\pi \approx \frac{22}{7}$)



✓ L'aire de la partie restante = $\frac{3}{4}$ L'aire du cercle

$$= \frac{3}{4} \pi r^2$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 115,5 \text{ cm}^2$$

Le périmètre de la partie restante = $\frac{3}{4}$ Le périmètre du cercle + $2r$

$$= 2r + 2\pi r \times \frac{3}{4}$$

$$= 2r + \frac{3}{2} \pi r$$

$$= 2 \times 7 + \frac{3}{2} \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$= 14 + 33 = 47 \text{ cm}$$

Activité collaborative



Coopère avec tes camarades pour concevoir un ensemble différent de médailles circulaires, pour les offrir aux membres de l'équipe gagnante du concours des meilleurs élèves de ton école. Calcule le périmètre et l'aire de chacune d'elles.



Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|--|---|
| <p>① Un cercle dont le rayon est de 4 cm, quelle est la longueur de son diamètre ?
(a) 2 cm (b) 4 cm
(c) 8 cm (d) 16 cm</p> <p>③ Quel est le périmètre du cercle dont la longueur du diamètre est de 12 cm ?
(a) 3π cm (b) 6π cm
(c) 12π cm (d) 36π cm</p> | <p>② Dans n'importe quel cercle, quelle est la valeur de $\frac{P}{d}$?
(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{2}{\pi}$
(c) π (d) 2π</p> <p>④ Quelle est l'aire du cercle dont la longueur du rayon est de 10 m ?
(a) $5\pi \text{ m}^2$ (b) $10\pi \text{ m}^2$
(c) $25\pi \text{ m}^2$ (d) $100\pi \text{ m}^2$</p> |
|--|---|

Deuxièmement

Appliquer les concepts

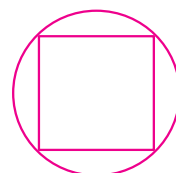


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- | | |
|--|--|
| <p>⑤ Quelle est la longueur du rayon d'un cercle dont le périmètre est de 13π cm ?
(a) $\frac{\pi}{2}$ cm (b) 6,5 cm
(c) 13 cm (d) 26 cm</p> <p>⑦ Deux cercles dont les aires sont de 64π et 100π, quel est le rapport entre leurs périmètres ?
(a) 3 : 4 (b) 4 : 5
(c) 9 : 16 (d) 16 : 25</p> | <p>⑥ Quelle est la longueur du diamètre d'un cercle dont l'aire est de 36π pouces carrés ?
(a) 6 pouces (b) 12 pouces
(c) 18 pouces (d) 36 pouces</p> <p>⑧ Un cercle dont le périmètre est de 10π cm, quelle est son aire ?
(a) $25\pi \text{ cm}^2$ (b) $50\pi \text{ cm}^2$
(c) $75\pi \text{ cm}^2$ (d) $100\pi \text{ cm}^2$</p> |
|--|--|

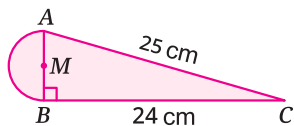
► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Dans chacun de ce qui suit, trace un cercle, puis calcule son périmètre et son aire:
- ① Si la longueur du rayon est de 3 cm ($\pi \approx 3,14$)
 - ② Si la longueur du diamètre est de 7 cm ($\pi \approx \frac{22}{7}$)
- ⑩ Un cercle dont le périmètre est de 18,84 cm. Trouve la longueur de son rayon et son aire ($\pi \approx 3,14$)
- ⑪ Un cercle dont l'aire est de 78,5 pieds carrés. Trouve la longueur de son rayon et son périmètre ($\pi \approx 3,14$)
- ⑫ Dans la figure ci-contre:
Si le périmètre du cercle est de 75,36 cm.
Trouve l'aire du carré (sachant que $\pi \approx 3,14$)

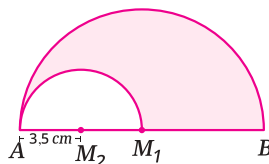


⑬ Dans chacun de ce qui suit, trouve le périmètre et l'aire de la partie colorée (sachant que $\pi \approx \frac{22}{7}$)

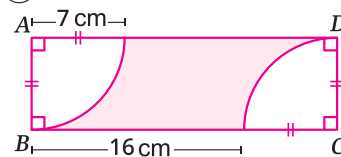
①



②



③



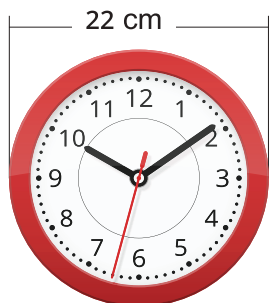
Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



⑭ Calcule, à un dixième près, ce qui est demandé sous chaque figure:

①



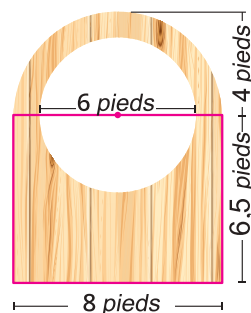
L'aire de l'horloge

②



le périmètre de la pièce

③



L'aire du bois

⑮ **Décor** : Amal a acheté un tapis circulaire dont le diamètre est de 2 m.
Quelle est l'aire du tapis le plus proche au mètre carré ?
Si le coût d'un mètre carré du tapis est de 150 livres, quel est le coût total à une livre près ?



Il est nécessaire de vérifier les freins et les pneus avant de conduire le vélo et de rouler à une vitesse appropriée pour assurer la sécurité



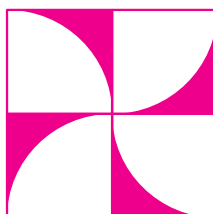
Prendre soin de la décoration reflète un sens esthétique et exprime un goût raffiné.

⑯ **Sport** : Le vélo de Rozan contient deux petites roues d'équilibre fixées dans la roue arrière pour l'empêcher de tomber. Si les roues avant et arrière du vélo sont identiques et que le diamètre de chacune est de 42 cm et que le diamètre de la roue d'équilibre est de 14 cm. Si le vélo parcourt une distance de 66 m, calcule la différence entre le nombre de tours effectués par la roue d'équilibre et le nombre de tours effectués par la roue avant, dans cet order ($\pi \approx \frac{22}{7}$).

Pensée créative



⑰ Dans la figure ci-contre:
Si la longueur du côté du carré est de 6 cm
Calcule l'aire de la zone colorée
à un dixième près.



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension du cercle?
Coche la case appropriée.



Leçon 3 - 5

Le cylindre circulaire droit et le prisme droit

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de chacun du cylindre circulaire droit et du prisme droit.
- Calculer le volume du cylindre circulaire droit, son aire latérale et son aire totale.
- Calculer le volume du prisme droit, son aire latérale et son aire totale.
- Utiliser les formules de calcul du volume, de l'aire latérale et de l'aire totale pour chacun du cylindre circulaire droit et du prisme droit dans la résolution des problèmes de la vie.

■ Vocabulaire

- Le prisme
- Le cylindre
- Le volume
- L'aire latérale
- L'aire totale

Sois prêt!



La Réserve de Wadi Degla est une réserve naturelle située dans la région de Maadi, à l'est du Caire. Elle se caractérise par ses anciennes formations rocheuses en calcaire, divers types de plantes et d'animaux sauvages y vivent, tels que les gazelles et les renards et c'est un endroit privilégié pour les amateurs de camping et d'exploration de la nature.

Osama a créé une tente en forme de prisme triangulaire droit fabriquée en tissu, peux-tu calculer l'aire totale du tissu utilisé pour fabriquer la tente ?

Dans cette leçon, tu apprendras à calculer le volume et l'aire totale de chacun du prisme droit et du cylindre circulaire droit, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.



Réfléchis et discute!



L'un des magasins de boissons utilise des gobelets de forme cylindrique avec une hauteur de 10 cm et une longueur du rayon de sa base de 3,5 cm.

Si le propriétaire du magasin voulait imprimer un logo sur l'aire latérale de chaque gobelet, quelle est l'aire disponible pour l'impression pour un gobelet ? Discute.



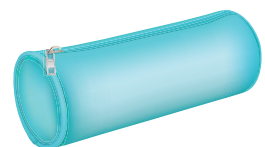
Apprends!



Premièrement Le cylindre circulaire droit

- Le cylindre circulaire droit est un solide tridimensionnel, ayant deux bases circulaires identiques et parallèles et sa face latérale est perpendiculaire aux deux bases.
- La hauteur du cylindre circulaire droit est la longueur de la perpendiculaire tracée entre les deux centres de ses deux bases.

Exemples pour le cylindre circulaire droit :



■ Remarque que

Lorsqu'on déplie le cylindre circulaire droit, nous obtenons une surface rectangulaire en plus des surfaces de deux cercles qui sont les bases du cylindre.

■ Pensée critique

Que se passe-t-il pour le volume du cylindre si:

- ❶ sa hauteur est doublée ?
- ❷ la longueur du rayon de sa base est doublée ?
- ❸ sa hauteur et la longueur du rayon de sa base sont doublées ?

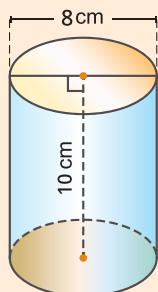
■ Remarque que

L'aire totale est parfois appelée l'aire superficielle.

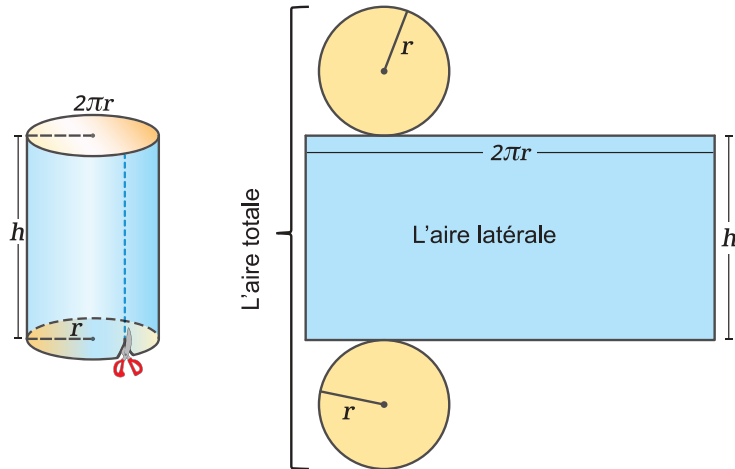
■ Auto-évaluation ❶

Dans la figure suivante :

Trouve le volume, l'aire latérale et l'aire superficielle du cylindre en fonction de π .



Le volume du cylindre circulaire droit, son aire latérale et son aire totale



Si la longueur du rayon de la base circulaire = r et la hauteur du cylindre = h alors:

Le périmètre de la base = $2\pi r$ et l'aire de la base = πr^2 et donc:

► Le volume du cylindre (V) = l'aire de base $\times$ la hauteur

C'est-à-dire : $V = \pi r^2 h$

► L'aire latérale du cylindre ($A.L$) = le périmètre de la base $\times$ la hauteur

C'est-à-dire : $A.L = 2\pi r h$

► L'aire totale du cylindre ($A.T$)

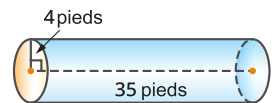
= l'aire latérale du cylindre + le double de l'aire de la base

C'est-à-dire : $A.T = 2\pi r h + 2\pi r^2$
 $= 2\pi r (h + r)$

Exemple ❶

Dans la figure ci-contre:

Trouve le volume, l'aire latérale et l'aire superficielle du cylindre en arrondissant le résultat à un dixième près.



∴ $r = 4$ et $h = 35$

∴ $V = \pi r^2 h = \pi (4)^2 (35) = 560\pi \approx 1759,3$

∴ Le volume du cylindre $\approx 1759,3$ pieds cubes

∴ $A.L = 2\pi r h = 2\pi (4) (35) = 280\pi \approx 879,6$

∴ L'aire latérale $\approx 879,6$ pieds carrés

∴ $A.T = 2\pi r (h + r) = 2\pi (4) (35 + 4) = 312\pi \approx 980,2$

∴ L'aire totale (superficielle) $\approx 980,2$ pieds carrés

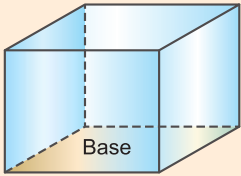
■ Auto-évaluation ②

Un cylindre circulaire droit dont l'aire latérale est de 110 m^2 et dont la longueur du diamètre de la base est de 10 m .

Trouve son volume et son aire totale
(Où $\pi \approx \frac{22}{7}$)

■ Remarque que

Si toutes les faces du prisme droit sont des rectangles comme dans un parallélépipède rectangle.



Il est nécessaire de déterminer lequel de ces rectangles est considéré comme une base pour ce prisme.

■ Information précédente

- Le périmètre de toute forme = la somme des longueurs de ses côtés
- L'aire du triangle = $\frac{1}{2}$ la longueur de la base $\times$ la hauteur
- L'aire du rectangle = la longueur $\times$ la largeur
- L'aire du carré = la longueur du côté $\times$ elle-même
- L'aire du trapèze = la moitié de la somme des longueurs des deux bases parallèles $\times$ la hauteur

Exemple 2

Un cylindre circulaire droit dont le volume est de $125,6 \text{ cm}^3$ et dont la hauteur est de $2,5 \text{ cm}$.
Trouve son aire totale ($\pi \approx 3,14$)



$$\begin{aligned} \therefore \text{Le volume du cylindre} &= 125,6 \text{ cm}^3 \\ \therefore V &= \pi r^2 h & \therefore 125,6 &= 3,14 (r^2) (2,5) \\ \therefore r^2 &= 16 & \therefore r &= \sqrt{16} = 4 \\ \therefore A.T &= 2 \pi r (h + r) = 2 (3,14) (4) (2,5 + 4) = 163,28 \\ \therefore \text{L'aire totale du cylindre} &\text{ est égale à } 163,28 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Deuxièmement Le prisme droit

- Le prisme droit est un solide tridimensionnel, ayant deux bases identiques et parallèles, chacune d'elles étant un polygone et ses arêtes latérales sont perpendiculaires à ses deux bases.
- Toutes les faces latérales du prisme droit sont des rectangles.
- La hauteur du prisme droit est la longueur de n'importe quelle arête latérale.

Exemples pour le prisme:

Le prisme est nommé selon la forme de sa base comme suit:



La base est un triangle "Prisme triangulaire"

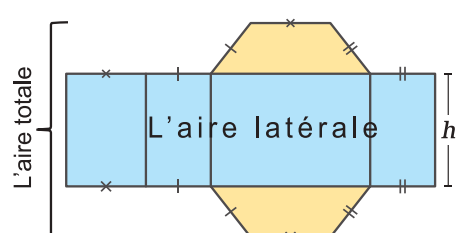
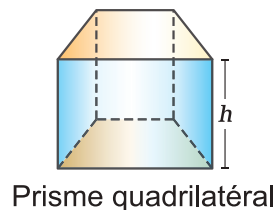
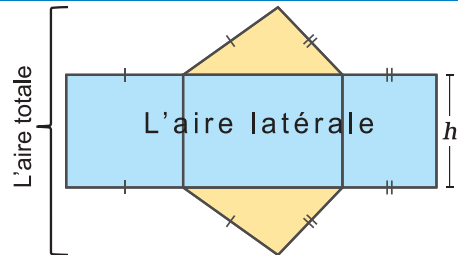
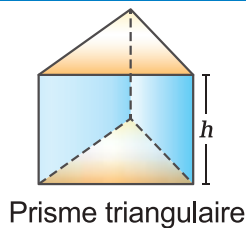


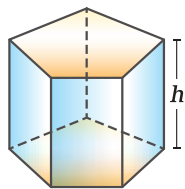
La base est un quadrilatère "Prisme quadrangulaire"



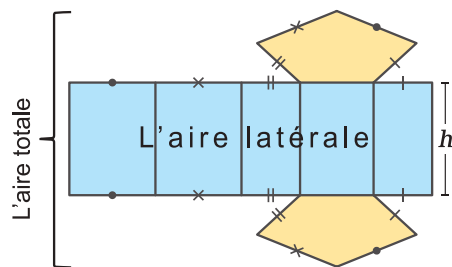
La base est un pentagone "Prisme pentagonal"

Le volume du prisme droit, son aire latérale et son aire totale





Prisme pentagonal

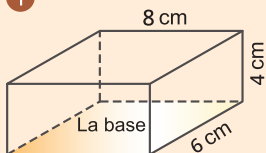


- Le volume du prisme droit (V) = l'aire de la base $\times$ la hauteur
- L'aire latérale du prisme droit ($A.L$) = le périmètre de la base $\times$ la hauteur
- L'aire totale du prisme droit ($A.T$)
= L'aire latérale + le double de l'aire de la base.

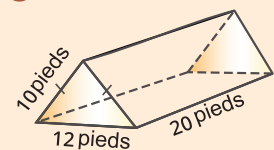
■ Auto-évaluation ③

Trouve l'aire superficielle et le volume pour chacun des deux solides suivants:

①



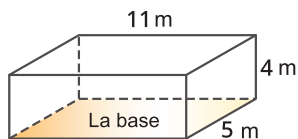
②



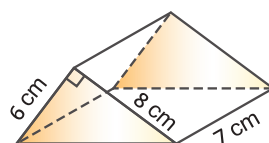
Exemple 3

Trouve l'aire totale et le volume pour chacun des deux solides suivants:

①



②

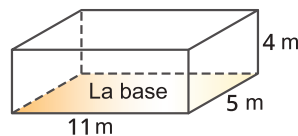


① L'aire de la base = $11 \times 5 = 55 \text{ m}^2$

• L'aire latérale = $2(5 + 11) \times 4 = 128 \text{ m}^2$

• L'aire totale = $128 + 2 \times 55 = 238 \text{ m}^2$

• Le volume = $55 \times 4 = 220 \text{ m}^3$



② Nous remarquons que la base est la face triangulaire.
Du théorème de Pythagore,
tu trouves que:

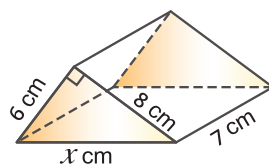
$$x = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

• L'aire de la base = $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$

• L'aire latérale = $(6 + 8 + 10) \times 7 = 168 \text{ cm}^2$

• L'aire totale = $168 + 2 \times 24 = 216 \text{ cm}^2$

• Le volume = $24 \times 7 = 168 \text{ cm}^3$



■ Auto-évaluation ④

Un prisme quadrangulaire dont la base est en forme de carré longueur de côté 4 cm et son volume est de 192 cm^3 .
Trouve son aire totale.

■ Auto-évaluation ⑤

Un cube en métal dont la somme des longueurs de ses arêtes est de 144 cm. Il a été fondu et fabriqué à partir de son matériau 16 prismes identiques dont la base de chacun est en forme de carré de longueur de côté 6 cm. Trouve la hauteur de chaque prisme.

Exemple 4

Un prisme quadrangulaire dont la base est en forme de rectangle avec des dimensions de 8 cm et de 4 cm et son aire totale est de 280 cm^2 , trouve son volume.



$$\therefore \text{L'aire de la base} = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2,$$

$$\text{Le périmètre de la base} = 2(4 + 8) = 24 \text{ cm}$$

$$\text{L'aire totale} = 280 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 24 \times h + 32 \times 2 = 280 \quad \therefore h = 9$$

$$\therefore \text{Le volume du prisme} = 32 \times 9 = 288 \text{ cm}^3$$

Exemple 5

Un alliage en forme de prisme triangulaire dont la base est un triangle rectangle, les longueurs des deux côtés de l'angle droit sont de 9 cm et 12 cm et la hauteur du prisme est de 20 cm. Il a été fondu et transformé en cubes dont la longueur de l'arête de chacun est de 3 cm.

Trouve le nombre de cubes.



$$\therefore \text{Le volume du prisme triangulaire} = \text{l'aire de la base} \times \text{la hauteur}$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times 20$$

$$= 1\,080 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{Le volume du cube} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{Le nombre de cubes} = \frac{1\,080}{27} = 40 \text{ cubes.}$$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Un cylindre circulaire droit dont la longueur du diamètre de la base est de 10 cm et la hauteur est de 15 cm, quel est son volume ?
 (a) $75 \pi \text{ cm}^3$ (b) $150 \pi \text{ cm}^3$
 (c) $375 \pi \text{ cm}^3$ (d) $1\,500 \pi \text{ cm}^3$
- ② Un cylindre circulaire droit dont la longueur du rayon de la base est de 5 cm et la hauteur est de 15 cm, quelle est son aire superficielle ?
 (a) $75 \pi \text{ cm}^2$ (b) $200 \pi \text{ cm}^2$
 (c) $250 \pi \text{ cm}^2$ (d) $375 \pi \text{ cm}^2$
- ③ Un prisme quadrangulaire droit dont la base est en forme de carré de longueur de côté 10 cm. Si la hauteur du prisme est de 8 cm, quel est son volume ?
 (a) 80 cm^3 (b) 160 cm^3
 (c) 320 cm^3 (d) 800 cm^3
- ④ Si l'aire latérale d'un cylindre circulaire droit est égale à $2 \pi r^2 \text{ cm}^2$, quelle est sa hauteur ?
 (a) $\frac{1}{2} r \text{ cm}$ (b) $\frac{3}{4} r \text{ cm}$
 (c) $r \text{ cm}$ (d) $2 r \text{ cm}$
- ⑤ Un prisme pentagonal droit dont la base est un polygone pentagone régulier avec d'aire 10 m^2 et l'aire de l'un des rectangles latéraux est de 9 m^2 , quelle est l'aire totale du prisme ?
 (a) 19 m^2 (b) 38 m^2 (c) 55 m^2 (d) 65 m^2

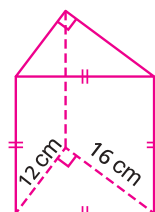
Deuxièmement

Appliquer les concepts

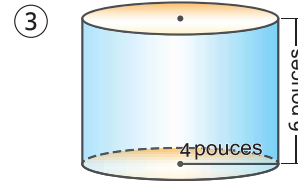
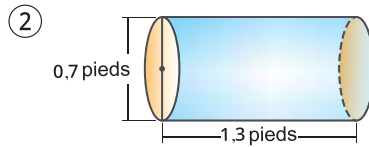
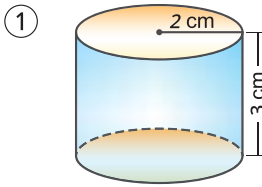


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

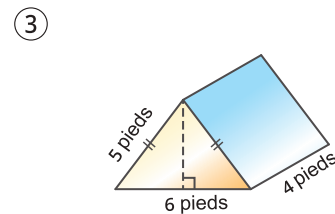
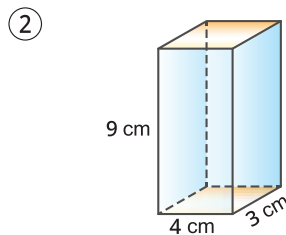
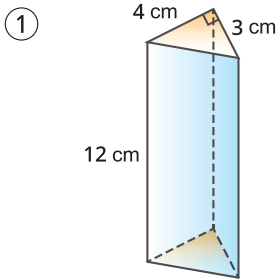
- ⑥ Un cylindre circulaire droit dont la hauteur est de 6 pouces et la longueur du rayon de sa base est égale à la moitié de sa hauteur, quel est son volume en pouces cubes ?
 (a) 18π (b) 36π
 (c) 54π (d) 108π
- ⑦ Un cylindre circulaire droit dont le volume est de $320 \pi \text{ cm}^3$ et la hauteur est de 20 cm, quelle est la longueur du diamètre de sa base ?
 (a) 2 cm (b) 4 cm
 (c) 8 cm (d) 16 cm
- ⑧ Si la base d'un prisme droit est un triangle équilatéral de longueur de côté de 5 cm et que la hauteur du prisme est égale à 4 cm, quelle est l'aire latérale du prisme ?
 (a) 15 cm^2 (b) 30 cm^2
 (c) 60 cm^2 (d) 240 cm^2
- ⑨ Un prisme pentagonal droit dont la hauteur est de 8 cm et son volume est de 168 cm^3 , quelle est l'aire de sa base ?
 (a) $1\,344 \text{ cm}^2$ (b) 176 cm^2
 (c) 21 cm^2 (d) 18 cm^2
- ⑩ Un cylindre circulaire droit dont la longueur du rayon de sa base est égal à sa hauteur, si le volume du cylindre est de $125 \pi \text{ cm}^3$, quelle est son aire latérale ?
 (a) $150 \pi \text{ cm}^2$ (b) $125 \pi \text{ cm}^2$
 (c) $100 \pi \text{ cm}^2$ (d) $50 \pi \text{ cm}^2$
- ⑪ Dans la figure ci-contre :
 Quel est le volume du prisme triangulaire droit ?
 (a) $1\,960 \text{ cm}^3$
 (b) $1\,920 \text{ cm}^3$
 (c) $1\,260 \text{ cm}^3$ (d) 960 cm^3



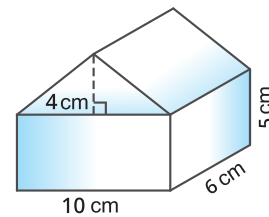
⑫ Trouve le volume et l'aire superficielle pour chacun des solides suivants ($\pi \approx 3,14$):



⑬ Trouve le volume et l'aire superficielle pour chacun des solides suivants:



⑭ Trouve le volume du prisme pentagonal ci-contre:



⑮ Un cylindre circulaire droit dont le volume est de $45\pi \text{ cm}^3$, la hauteur est de 5 cm et dont la longueur du rayon de sa base est égale à la longueur de l'arête d'un cube. Trouve l'aire totale du cube.

⑯ La base d'un prisme triangulaire est un triangle rectangle dont la longueur d'hypoténuse est de 17 mètres et la longueur de l'un des côtés est de 8 mètres. Si la hauteur du prisme est de 12 mètres, quel est son volume ?

⑰ Un cylindre circulaire droit dont la longueur du rayon de sa base est de 12 cm et la hauteur est de 22 cm, si la longueur du rayon de sa base augmente de 25% et sa hauteur reste constante, calcule le volume du cylindre après l'augmentation.

⑱ Un prisme pentagonal droit en métal dont l'aire de sa base est de 105 cm^2 et sa hauteur est de 11 cm. Il a été fondu et transformé en cylindres circulaires droits identiques, la hauteur de chacun d'eux est de 2 cm et la longueur du rayon de sa base est de 3,5 cm. Trouve le nombre de cylindres ($\pi \approx \frac{22}{7}$).

Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



⑲ La figure ci-contre représente un morceau de papier en forme de rectangle $ABCD$, il est plié en forme de cylindre circulaire droit de sorte que $\overline{AB}$ coïncide avec $\overline{DC}$. Trouve le volume du cylindre résultant ($\pi \approx \frac{22}{7}$).



- ②0 Un réservoir de camion de forme cylindrique dont la longueur du rayon de sa base est de 7 pieds. Trouve le volume du réservoir en pieds cubes.

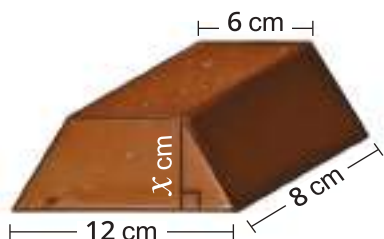


- ②1 Une boîte cadeau en forme de prisme triangulaire dont la base est un triangle équilatéral avec une longueur de côté de 20 cm et la hauteur du prisme est de 10 cm. Calcule à la fois l'aire latérale et le volume de la boîte.

- ②2 Un réservoir d'eau cylindrique dont la longueur du rayon de sa base est de 0,5 mètres et la hauteur est de 1,2 mètres. Si Magdy voulait peindre sa surface latérale avec une peinture dont le prix du mètre carré est de 210 livres. Quel serait le coût de la peinture?



L'eau est la base de la vie.
La rationalisation de la consommation d'eau est une preuve de la conscience et de la civilisation humaine.



- ②3 Un morceau de chocolat est en forme de prisme quadrangulaire dont le volume est de 360 cm^3 . Trouve la valeur de x .

Pensée créative



- ②4 Choisis la bonne réponse parmi les réponses données :

Si la hauteur d'un cylindre circulaire droit est égale à quatre fois le périmètre de la base du cylindre (P), quel est le volume du cylindre en fonction de (P)?

- (a) $\frac{P^3}{\pi}$ (b) $\frac{2P^3}{\pi}$ (c) $\frac{2P^2}{\pi^2}$ (d) $4\pi P^3$

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension du cylindre circulaire droit et du prisme droit? Coche la case appropriée.



Leçon 3 - 6

La distance entre deux points dans le plan cartésien

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître la formule mathématique pour calculer la distance entre deux points dans le plan cartésien.
- Utiliser la formule mathématique pour calculer la distance entre deux points dans la résolution des problèmes.

■ Vocabulaire

- La distance entre deux points
- Le plan cartésien

■ Remarque que

Le carré de n'importe quelle quantité est toujours non négatif ; donc, lorsqu'on élève une expression au carré, il n'est pas nécessaire de prendre la valeur absolue.

■ Discute

On peut écrire la formule sous la forme :

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Explique cela.

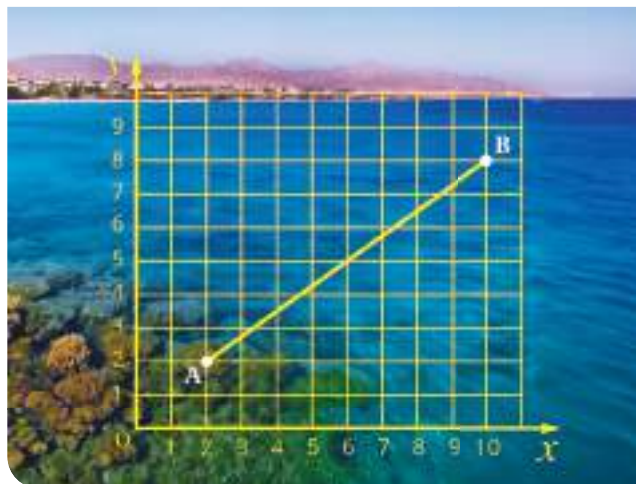
Sois prêt!



La ville de Charm el-Cheikh est l'une des plus belles villes touristiques d'Égypte et elle est célèbre pour ses magnifiques plages et ses récifs coralliens colorés qui attirent les plongeurs du monde entier. Une équipe de scientifiques de l'environnement marin étudie les distances entre les différents sites de plongée en mer Rouge afin de déterminer les zones de répartition des récifs coralliens.

Peux-tu les aider à déterminer la distance entre les deux sites A et B sur l'image ?

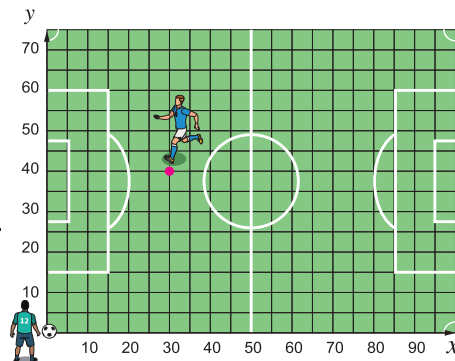
Dans cette leçon, tu apprendras la formule mathématique pour calculer la distance entre deux points dans le plan cartésien ; ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.



Réfléchis et discute!



Lors de l'un des matchs de football, Magdy veut passer le ballon depuis le coin du terrain au point (0 ; 0) à son ami Ossama qui est debout au point (30 ; 40). Peux-tu connaître la distance entre Magdy et Ossama ? Discute.



Apprends!



La distance entre deux points dans le plan cartésien

La distance « d » entre les deux points $A(x_1 ; y_1)$ et $B(x_2 ; y_2)$ est donnée par la formule mathématique:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

On peut déduire la formule précédente comme suit:

En supposant que $A(x_1 ; y_1)$ et $B(x_2 ; y_2)$

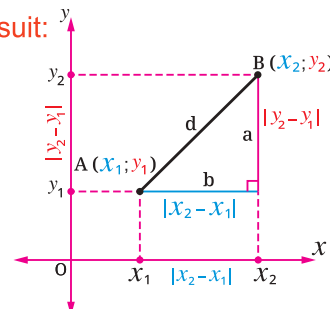
et que la distance entre eux est d , alors:

$$a = |y_2 - y_1| \quad \text{et} \quad b = |x_2 - x_1|$$

D'après le théorème de Pythagore, tu trouves que:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\therefore d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



■ Auto-évaluation ①

- ① Trouve la longueur de $\overline{AB}$ si $A(5; -7)$ et $B(2; -3)$
- ② Si la distance entre les deux points $A(-1; 3)$ et $B(k; 5)$ égale à $2\sqrt{5}$ unités de longueur, trouve les valeurs possibles de k

■ Auto-évaluation ②

Trouve le périmètre du $\triangle ABC$ dans lequel $A(5; 6)$, $B(29; 13)$ et $C(5; 31)$

Exemple 1

- ① Trouve la distance entre les deux points:
 $A(6; -3)$ et $B(-2; 3)$



①

$$\begin{aligned}\therefore d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \therefore d &= \sqrt{(-2 - 6)^2 + (3 - (-3))^2} \\ &= \sqrt{(-8)^2 + (6)^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10\end{aligned}$$

$\therefore$ La distance entre A et B est de 10 unités de longueur.

- ② Si la distance entre les deux points $A(4; k)$ et $B(1; 7)$ égale à 5 unités de longueur, trouve les valeurs possibles de k

$$\begin{aligned}\textcircled{2} \therefore d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \therefore \sqrt{(1 - 4)^2 + (7 - k)^2} &= 5 \\ \therefore (-3)^2 + (7 - k)^2 &= (5)^2 \\ \therefore 9 + (7 - k)^2 &= 25 \\ \therefore (7 - k)^2 &= 25 - 9 = 16 \\ \therefore 7 - k &= \pm \sqrt{16} \\ \therefore 7 - k &= 4 \quad \text{ou} \quad 7 - k = -4 \\ \therefore k &= 7 - 4 \quad \quad k = 7 + 4 \\ \therefore k &= 3 \quad \quad k = 11\end{aligned}$$

Exemple 2

Trouve le périmètre du $\triangle ABC$ dans lequel $A(-1; 2)$, $B(13; 2)$ et $C(4; 14)$



$$\begin{aligned}\therefore d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \therefore AB &= \sqrt{(13 - (-1))^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{196} = 14 \\ AC &= \sqrt{(4 - (-1))^2 + (14 - 2)^2} = \sqrt{169} = 13 \\ BC &= \sqrt{(4 - 13)^2 + (14 - 2)^2} = \sqrt{225} = 15\end{aligned}$$

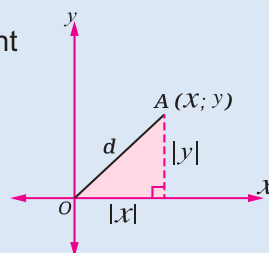
$\therefore$ Le périmètre du $\triangle ABC = 14 + 13 + 15 = 42$ unités de longueur.

La distance entre un point et le point d'origine

La distance « d » entre le point $A(x; y)$ et le point d'origine $O(0; 0)$.

Elle est donnée par la formule mathématique:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Par exemple:

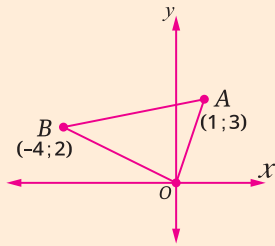
Si $A(-3; 4)$ et d est la distance du point A au point d'origine, alors:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

C'est-à-dire que $A(-3; 4)$ est à une distance de 5 unités de longueur du point d'origine.

■ Auto-évaluation ③

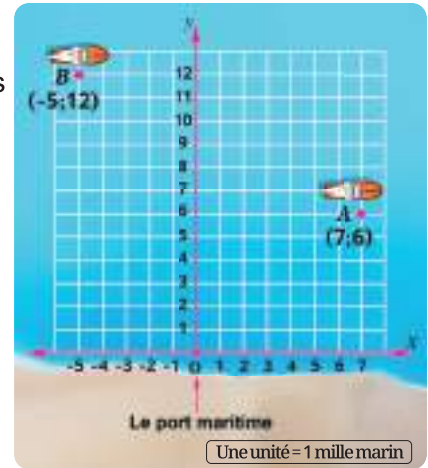
Dans la figure suivante:



Calcule le périmètre du $\triangle OAB$ en arrondissant le résultat à un dixième près des unités de longueur.

Exemple 3

La figure ci-contre montre les positions de deux navires A et B par rapport à un port maritime O, trouve la distance de chaque navire par rapport au port maritime. Lequel des deux navires est le plus proche du port ?



✓ $\therefore d = \sqrt{x^2 + y^2}$

Par rapport au navire en position A:

$$d = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85} \approx 9,2$$

$\therefore$ Le navire A se trouve à environ 9,2 milles marins du port.

Par rapport au navire en position B:

$$d = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$\therefore$ Le navire B se trouve à 13 milles marins du port.

$\therefore$ Le navire A est le plus proche du port que le navire B.

Remarque que

Pour trois points quelconques A, B et C, si $\overline{AC}$ est plus long que chacun de $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$, alors:

- ① Les points A, B et C sont alignés si $AB + BC = AC$.
- ② Les points A, B et C sont les sommets d'un triangle, si $AB + BC > AC$.

■ Auto-évaluation ④

En utilisant la formule de la distance entre deux points, lequel des deux ensembles de points suivants est aligné :

- ① A (4 ; 7)
B (-5 ; 19)
C (7 ; 3)
- ② A (5 ; -5)
B (-1 ; 7)
C (15 ; 15).

Exemple 4

En utilisant la formule de la distance entre deux points, prouve que les points A (-2 ; 3), B (0 ; 4) et C (4 ; 6) sont alignés.

✓ $\therefore d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

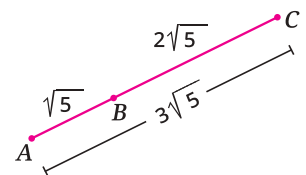
$$\therefore AB = \sqrt{(0 + 2)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(4 + 2)^2 + (6 - 3)^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(4 - 0)^2 + (6 - 4)^2} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore AC = AB + BC$$

$\therefore$ Les points A, B et C sont alignés, $B \in \overline{AC}$



■ Auto-évaluation ⑤

Prouve que les points $A(3; -2)$, $B(4; 1)$, $C(-2; 3)$ et $D(-3; 0)$ sont les sommets d'un rectangle.

■ Auto-évaluation ⑥

Si le point $A(15; -9)$ se situe à des distances égales des deux points $B(-5; k)$ et $C(8; 15)$ Trouve les valeurs possibles de k .

Exemple 5

Prouve que les points $A(1; -2)$, $B(2; 2)$, $C(-1; 2)$ et $D(-2; -2)$ sont les sommets d'un parallélogramme $ABCD$.



$$\therefore d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore AB = \sqrt{(1 - 2)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(2 + 1)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$CD = \sqrt{(-2 + 1)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{17}$$

$$AD = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (-2 + 2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore AB = CD \text{ et } BC = AD$$

C'est-à-dire que chaque paire de côtés opposés est de longueur égale.

$\therefore$ La figure $ABCD$ est un parallélogramme.

Exemple 6

Si les deux points $X(5; k)$ et $Y(-4; 6)$ se situent sur un cercle dont le centre est $M(1; 2)$, trouve les valeurs possibles de k et calcule l'aire du cercle M .



$$\therefore d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore MY = \sqrt{(-4 - 1)^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41}$$

$\therefore$ Le rayon du cercle M passant par les deux points X et Y est égal à $\sqrt{41}$ unités de longueur.

$$\therefore MX = MY = r \quad (\text{La longueur de deux rayons dans le cercle } M)$$

$$\therefore \sqrt{(5 - 1)^2 + (k - 2)^2} = \sqrt{41}$$

$$\therefore 16 + (k - 2)^2 = 41 \quad \therefore (k - 2)^2 = 25$$

$$\therefore k - 2 = \pm \sqrt{25}$$

$$\therefore k - 2 = 5 \quad \text{ou} \quad k - 2 = -5$$

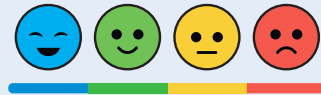
$$\therefore k = 5 + 2 \quad \quad \quad k = -5 + 2$$

$$\therefore k = 7 \quad \quad \quad k = -3$$

$$\therefore A = \pi r^2 \quad \quad \quad \therefore A = \pi \times (\sqrt{41})^2 = 41 \pi$$

C'est-à-dire que l'aire du cercle M est égale à 41π unités carrées.

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Quelle est la distance entre le point $A(-3; 4)$ et le point d'origine ?
 (a) 3 unités de longueur (b) 4 unités de longueur
 (c) 5 unités de longueur (d) 7 unités de longueur
- ② Si $A(0; 4)$ et $B(-3; 0)$, quelle est la longueur de $\overline{AB}$?
 (a) 1 unité de longueur (b) 3 unités de longueur
 (c) 5 unités de longueur (d) 7 unités de longueur

► Découvre l'erreur:

- ③ Chacune d'Amal et Samar ont calculé la distance entre les deux points $A(-5; 3)$ et $B(4; 15)$, et leurs réponses étaient les suivantes:

La solution d'Amal:

$$AB = \sqrt{(4+5)^2 + (15-3)^2}$$

$$AB = (4+5) + (15-3)$$

$$AB = 9 + 12 = 21$$

La solution de Samar:

$$AB = \sqrt{(-5-4)^2 + (3-15)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2}$$

$$AB = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225}$$

$$AB = 15$$

Laquelle des deux solutions est correcte ? Et pourquoi?

Deuxièmement

Appliquer les concepts



- ④ Trouve la longueur de $\overline{AB}$ dans chacun de ce qui suit:

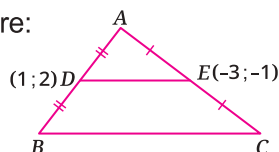
① $A(-1; 2)$ et $B(3; 5)$

② $A(2; 1)$ et $B(-2; 3)$

③ $A(8; -4)$ et $B(-7; 4)$

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

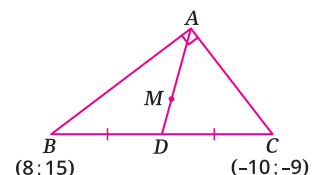
- ⑤ Si la distance entre les deux points $A(X; 0)$ et $B(3; 2)$ est égale à $2\sqrt{5}$ unités de longueur, quel est l'ensemble des valeurs possibles de X ?
 (a) $\{-1; 7\}$ (b) $\{7\}$ (c) $\{-4; 4\}$ (d) $\{-4; 7\}$
- ⑥ Quelle est l'aire du cercle dont le centre est le point $A(-3; 5)$, et qui passe par le point $B(9; -4)$?
 (a) 15π unités carrées (b) 225π unités carrées
 (c) 13π unités carrées (d) 144π unités carrées
- ⑦ Dans la figure ci-contre:
 Quelle est la longueur de $\overline{BC}$?
 (a) 12 unités de longueur
 (b) 10 unités de longueur
 (c) 8 unités de longueur
 (d) 5 unités de longueur



- ⑧ Dans la figure ci-contre:

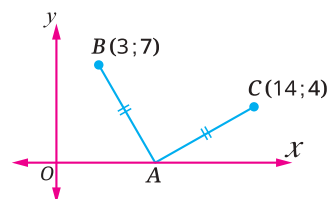
Si M est le point d'intersection des médianes du triangle ABC , alors quelle est la longueur de $\overline{DM}$?

- (a) 5 unités de longueur
 (b) 6 unités de longueur
 (c) 7 unités de longueur
 (d) 8 unités de longueur



► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Prouve que les points $A(-3; 7)$, $B(3; -2)$ et $C(-1; 4)$ sont alignés.
- ⑩ Prouve que les points $A(7; -4)$, $B(-1; 2)$ et $C(5; -6)$ sont les sommets d'un triangle et détermine son type par rapport à ses angles.
- ⑪ Prouve que les points $A(3; 2)$, $B(8; 7)$ et $C(1; 4)$ sont les sommets d'un triangle rectangle et calcule son aire.
- ⑫ Prouve que les points $A(2; 3)$, $B(1; -1)$, $C(-4; -3)$ et $D(-3; 1)$ sont les sommets d'un parallélogramme en utilisant la formule de la distance entre deux points.
- ⑬ Dans la figure ci-contre:
Trouve les coordonnées du point A

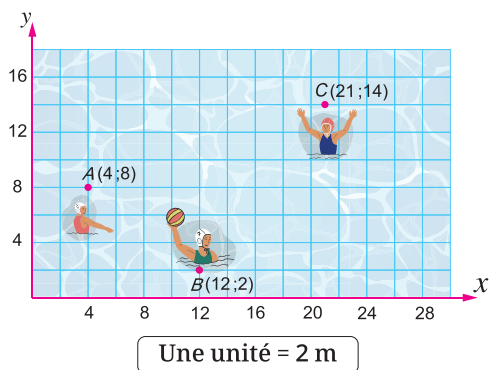
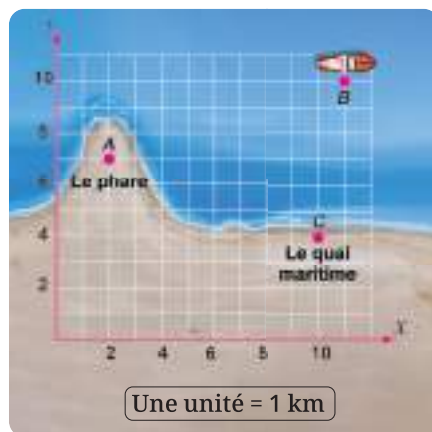


Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- ⑭ **Sécurité maritime:** Le phare projette la lumière sur une trajectoire circulaire de sorte que la portée maximale de la lumière atteigne le quai maritime. La lumière atteint-elle le navire à l'endroit indiqué ?



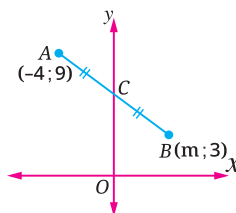
⑮ Sports:

Le graphique illustre les positions de trois joueurs durant une partie d'un match de ballon d'eau. Le joueur A lance la balle au joueur B qui la lance au joueur C , puis le joueur C la renvoie au joueur A . Trouve les distances, en mètres, parcourues par la balle en supposant qu'elle se déplace en ligne droite.

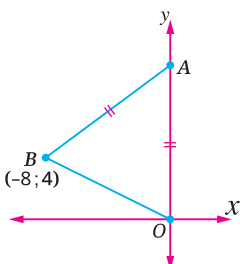
Pensée créative



- ⑯ Dans la figure ci-contre:
Système de coordonnées orthogonal,
 C est le milieu de $\overline{AB}$. Trouve la valeur numérique de l'expression :
 $AB + OC$

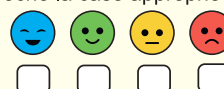


- ⑰ Dans la figure ci-contre:
Calcule l'aire de $\triangle AOB$



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la distance entre deux points dans le plan cartésien? Coche la case appropriée.



Leçon 3 - 7

La pente de la droite

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître le concept de la pente de la droite.
- Trouver la pente de la droite dans le repère cartésien.
- Utiliser la pente de la droite pour résoudre certaines applications de la vie.

■ Vocabulaire

- Pente
- La variation de x
- La variation de y
- Vitesse

■ Discute

Peut-on utiliser la formule:

$$p = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

pour trouver la pente de la droite (p) passant par les deux points

$(x_1; y_1)$ et $(x_2; y_2)$?

Sois prêt!



La norme mondiale utilisée pour mesurer la pente des rampes pour fauteuils roulants est un rapport maximal de 1 : 12, cela signifie que pour chaque 1 mètre de hauteur, une distance horizontale de 12 mètres est nécessaire. Si la rampe sur la photo a été construite conformément à cette norme mondiale, quelle est la hauteur de l'extrémité de la rampe?



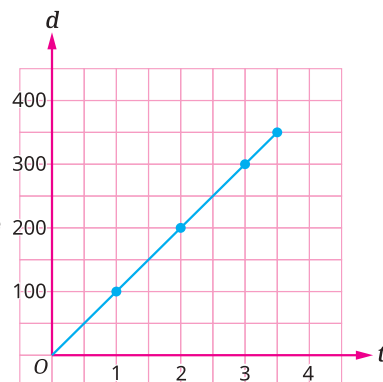
Dans cette leçon, tu connaîtras la pente de la droite et ses applications afin de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Le graphique ci-contre représente la relation entre la distance (d) en kilomètres et le temps (t) en heures pour le trajet de Sameh avec sa voiture sur l'une des autoroutes où la vitesse maximale autorisée est de 120 km/h.

Sameh a-t-il dépassé la vitesse autorisée pendant son trajet ? Discute.



Apprends!

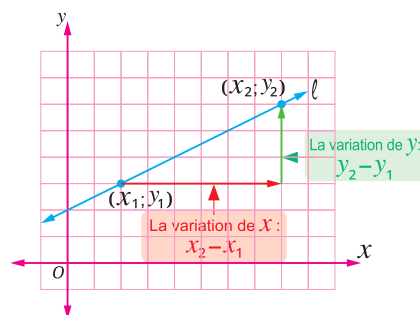


La pente de la droite

La pente de la droite est une mesure de l'inclinaison de la droite. Elle est le rapport entre la variation verticale (la variation de y) et la variation horizontale (la variation de x) entre deux points quelconques sur celle-ci dans le plan cartésien. Elle est habituellement notée par la lettre " p ".

La pente de la droite passant par les deux points $(x_1; y_1)$ et $(x_2; y_2)$ dans le repère cartésien est donnée par la relation:

$$p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



■ Auto-évaluation ①

Dans chacun de ce qui suit, trouve la pente de $\overleftrightarrow{AB}$:

- ① $A(5; 4)$ et $B(3; 1)$
- ② $A(3; -4)$ et $B(2; -1)$
- ③ $A(1; 2)$ et $B(7; 2)$
- ④ $A(-5; 3)$ et $B(-5; 4)$

■ Rappelle-toi que

La fraction dont le dénominateur est 0 est indéfinie.

Exemple 1

Dans chacun de ce qui suit, trouve la pente de $\overleftrightarrow{AB}$:

- ① $A(1; 2)$ et $B(4; 5)$
- ② $A(-1; 2)$ et $B(3; 1)$
- ③ $A(-2; 5)$ et $B(1; 5)$
- ④ $A(-2; 1)$ et $B(-2; 5)$



①

En considérant que:

$(1; 2)$ est $(x_1; y_1)$ et

$(4; 5)$ est $(x_2; y_2)$

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AB} = 1$

②

En considérant que:

$(-1; 2)$ est $(x_1; y_1)$ et

$(3; 1)$ est $(x_2; y_2)$

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2}{3 - (-1)} = -\frac{1}{4}$$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AB} = -\frac{1}{4}$

③

En considérant que:

$(-2; 5)$ est $(x_1; y_1)$ et

$(1; 5)$ est $(x_2; y_2)$

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 5}{1 - (-2)} = \frac{0}{3} = 0$$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AB} = \text{zéro}$

④

En considérant que:

$(-2; 1)$ est $(x_1; y_1)$ et

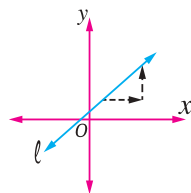
$(-2; 5)$ est $(x_2; y_2)$

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{-2 - (-2)} = \frac{4}{0}$$

$\therefore$ La pente de $\overleftrightarrow{AB}$ est indéfinie.

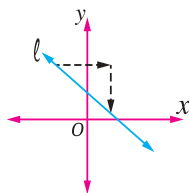
Remarque

La pente positive



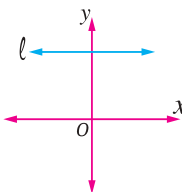
La valeur de y augmente à mesure que x augmente pour chaque point se déplaçant sur la droite.

La pente négative



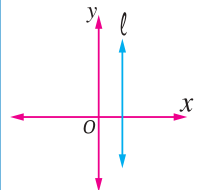
La valeur de y diminue à mesure que x augmente pour chaque point se déplaçant sur la droite.

La pente est égale à zéro



La valeur de y est fixe pour chaque point sur la droite.

La pente est indéfinie



La valeur de x est fixe pour chaque point sur la droite.

■ Auto-évaluation ②

- ① Si la pente de la droite passant par les deux points $(7; a)$ et $(6; 1)$ est égale à -6 , quelle est la valeur de a ?
- ② Si la droite passant par les deux points $(k; 7)$ et $(-3; 2)$ est parallèle à l'axe des y , trouve la valeur de k .

■ Auto-évaluation ③

Trouve la valeur de k qui rend les points $A(-2; -5)$, $B(1; 1)$ et $C(4, k)$ alignés.

Exemple 2

Trouve la valeur de k dans chacun de ce qui suit si:

- ① La pente de la droite passant par les deux points $(-1; 5)$ et $(7; k)$ est égale à $\frac{3}{2}$
- ② La droite passant par les deux points $(3; 7)$ et $(5; k)$ est parallèle à l'axe des x .



①

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{k - 5}{7 - (-1)}$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{k - 5}{8}$$

$$\therefore 2k - 10 = 24$$

$$\therefore 2k = 34$$

$$\therefore k = 17$$

②

$\therefore$ La droite $\parallel$ L'axe des x

$\therefore$ La pente de la droite $= 0$

$$\therefore p = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\therefore \frac{7 - k}{3 - 5} = 0$$

$$\therefore \frac{7 - k}{-2} = 0$$

$$\therefore 7 - k = 0$$

$$\therefore k = 7$$

Exemple 3

Prouve que les points $A(0; 1)$, $B(3; 3)$ et $C(9; 7)$ sont alignés.



En supposant que: La pente de $\overrightarrow{AB} = p_1$ et la pente de $\overrightarrow{BC} = p_2$

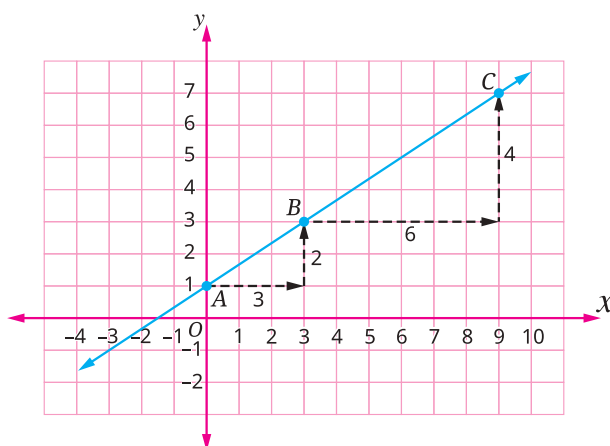
$$\therefore p_1 = \frac{3 - 1}{3 - 0} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{7 - 3}{9 - 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore p_1 = p_2$$

$\therefore$ Les points A , B et C sont alignés.

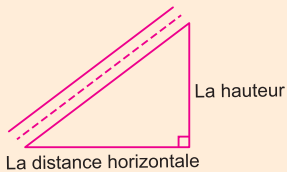
La vérification de la validité de la solution :

Lors de la représentation graphique des points A , B et C , tu trouves que :
Le rapport entre la variation verticale (la variation de y) et la variation horizontale (la variation de x) est fixe entre chaque deux points.
C'est-à-dire que la pente est fixe, donc les points se trouvent sur la même droite.



■ L'inclinaison des routes

La pente de la droite est utilisée comme mesure de l'inclinaison des routes.



$$\text{La pente de la route} = \frac{\text{La hauteur}}{\text{La distance horizontale}}$$

■ Auto-évaluation ④

Une route monte à raison de 2 mètres pour chaque 25 mètres horizontaux. Quelle est la hauteur de l'extrémité de la route si sa longueur est de 300 mètres ?

■ Auto-évaluation ⑤

Le tableau suivant exprime la relation entre la quantité de carburant consommée pendant qu'une voiture roule et la distance parcourue. Calcule le taux de consommation de carburant.

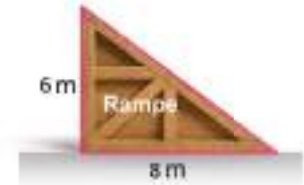
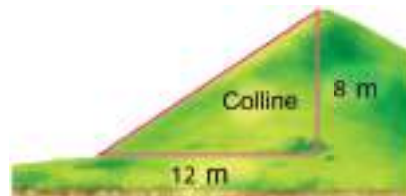
La distance parcourue en kilomètres	100	200	300
La quantité de carburant consommée en litres	10	20	30

Applications de la vie sur la pente de la droite

La pente de la droite est un rapport entre la variation vertical et la variation horizontal pour deux points quelconques sur celle-ci. Ce rapport est fixe et exprime le taux de variation de y par rapport à x , alors la pente de la droite est utilisée dans de nombreuses applications où il est nécessaire de calculer le taux, comme l'inclinaison des routes, la vitesse, les taux de croissance et la consommation de carburant.

Exemple 4

Dans les deux figures suivantes:



Lequel est plus difficile à gravir: la colline ou la rampe ?



En considérant que: p_1 est la pente de la colline et p_2 est la pente de la rampe

$$\therefore p_1 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad p_2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

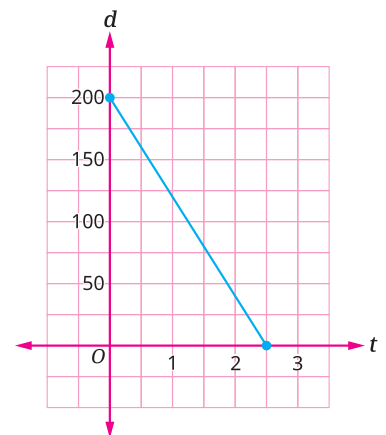
$$\therefore p_2 > p_1$$

$\therefore$ La rampe est plus difficile à gravir que la colline.

Exemple 5

Le graphique ci-contre représente la relation entre la distance (d) en kilomètres et le temps (t) en heures pour le trajet de retour de la voiture de Magdy du Caire à Alexandrie.

Trouve le magnitude de la vitesse constante de la voiture.



En considérant que: $(0 ; 200)$ est $(t_1 ; d_1)$ et $(2,5 ; 0)$ est $(t_2 ; d_2)$

La pente de la droite exprime la vitesse constante (V) de la voiture.

$$\therefore V = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 200}{2,5 - 0} = -80$$

$\therefore$ Le magnitude de la vitesse de la voiture = 80 kilomètre/heure

Et le signe négatif indique que le trajet est dans le sens du retour.

Évaluation de la leçon



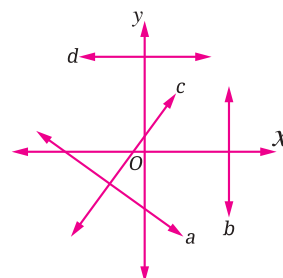
Premièrement

Mesurer les concepts



1 Dans la figure ci-contre:

Classe la pente de chacune des droites a , b , c et d selon qu'elle est (positive - négative - zéro - indéfinie).



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

2 Quelle est la pente de la droite passant par les deux points

$A(-2; 3)$ et $B(5; 7)$?

- (a) $\frac{7}{4}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

3 Quelle est la pente de la droite passant par les deux points $A(3; 2)$ et $B(4; 2)$?

- (a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) Indéfinie

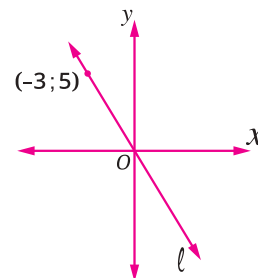
4 Si la pente de la droite passant par les deux points $(a; 3)$ et $(2; b)$ est égale à $\frac{1}{2}$ quelle est la valeur de a ?

- (a) $4 - 2b$ (b) $8 - 2b$ (c) $2b - 4$ (d) $2b - 8$

5 Dans la figure ci-contre:

Quelle est la pente de la droite ℓ ?

- (a) $\frac{5}{3}$ (b) $\frac{3}{5}$
(c) $-\frac{3}{5}$ (d) $-\frac{5}{3}$



Deuxièmement

Appliquer les concepts



6 Trouve la pente de la droite passant par chacune des deux points de ce qui suit:

① $(2; 4)$ et $(6; 3)$

② $(1; -6)$ et $(-3; 4)$

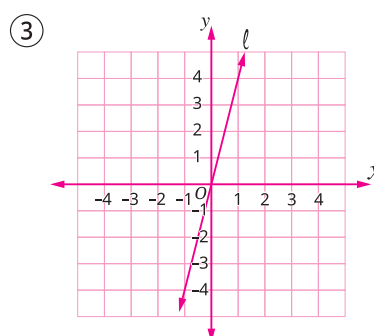
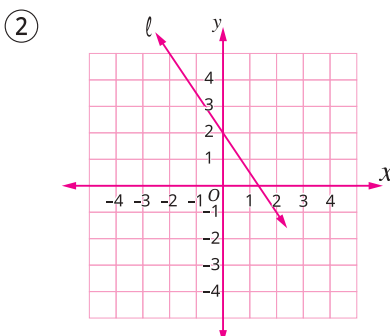
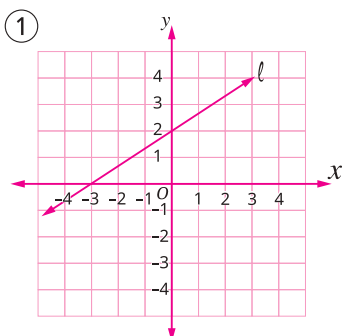
③ $(-6; 0)$ et $(6; 0)$

④ $(2; 6)$ et $(2; 0)$

⑤ $(6; 3)$ et $(-5; -3)$

⑥ $(4; -4)$ et $(-2; 2)$

7 Trouve la pente de la droite ℓ dans chacun de ce qui suit:



8 Trouve la valeur de k dans chacun de ce qui suit:

① $A(-2; 5)$, $B(3; k)$ et $p = 2$

② $A(2; 3)$, $B(k; -6)$ et $p = -\frac{3}{2}$

③ $A(3; -2)$, $B(-2; k)$ et $p = 0$

9 Si la pente de la droite passant par les deux points $A(a+2; 3)$ et $B(-a; -9)$ est égale à 2, trouve la valeur de a

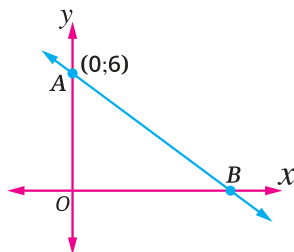
10 Dans chacun de ce qui suit, montre si les trois points donnés sont alignés ou non.

① $A(2; 1)$, $B(-4; 4)$ et $C(6; -1)$

② $D(5; -5)$, $E(7; -11)$ et $F(-7; -1)$

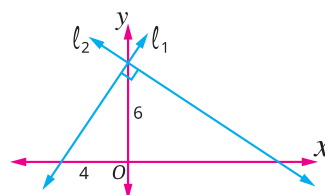
11 Dans la figure suivante:

Si l'aire du triangle $OAB = 24$ unités carrées, trouve la pente de $\overrightarrow{AB}$



12 Dans la figure suivante:

Trouve la pente de chacune des deux droites ℓ_1 et ℓ_2 .

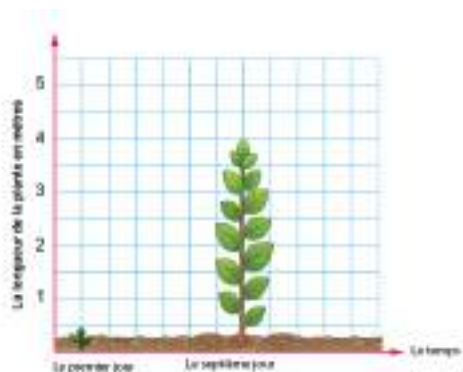


Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



13 **Alpinisme:** Omar grimpe un relief rocheux qui s'élève de 12 mètres pour chaque 6 mètres horizontaux et Khaled grimpe un autre relief qui s'élève de 25 mètres pour chaque 12 mètres horizontaux. Lequel des deux reliefs est le plus raide ?



14 Plantes:

Une première mesure de la longueur d'une plante grimpante a été effectuée et elle était de 0,5 mètre et après sept jours, la longueur de la plante est devenue de 4 mètres.

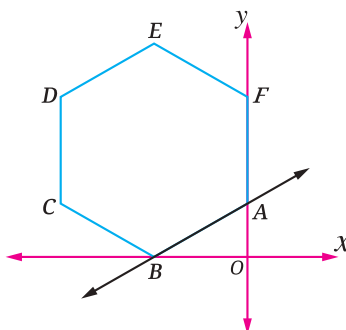
- ① Trace un graphique en ligne représentant la relation entre la longueur de la plante et le temps.
- ② Quelle est la pente de la droite représentée sur le graphique ? Et que représente cette pente ?
- ③ En supposant que le taux de croissance de la plante reste le même, quelle sera la longueur de la plante après 15 jours ?

Pensée créative



15 Dans la figure ci-contre:

$ABCDEF$ est un hexagone régulier, trouve la pente de $\overrightarrow{AB}$.



Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la pente de la droite?

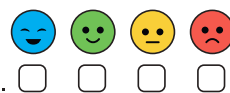
Coche la case appropriée.



Évaluation de l'unité 3

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 3?
Coche la case appropriée.

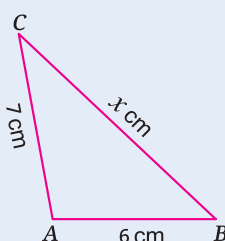


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si la pente de la droite passant par les deux points $(-4; k)$ et $(6; -7)$ est égale à $-\frac{1}{3}$, quelle est la valeur de k ?
(a) 23 (b) -23 (c) $\frac{11}{3}$ (d) $-\frac{11}{3}$

- ③ Dans la figure ci-contre:
Quelles sont les valeurs possibles de X qui rendent $m(\angle A) > m(\angle B)$?

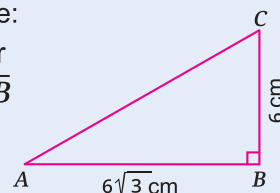
- (a) $6 < X < 7$
(b) $1 < X < 13$
(c) $7 < X < 13$
(d) $X > 7$



- ② Quelle est l'aire du cercle dont le périmètre est égale à 14π cm ?
(a) 7π cm² (b) 14π cm²
(c) 49π cm² (d) 196π cm²

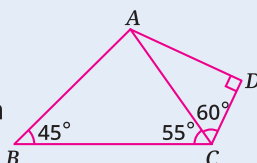
- ④ Dans la figure ci-contre:
Quelle est la longueur de la projection de $\overline{AB}$ sur $\overrightarrow{AC}$?

- (a) 12 cm
(b) 9 cm
(c) 6 cm
(d) 3 cm

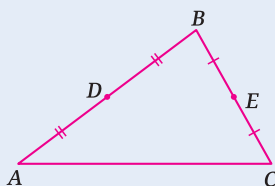


► Complète chacun de ce qui suit avec la bonne réponse:

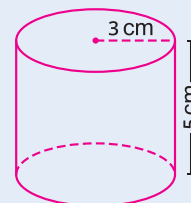
- ⑤ Dans la figure ci-contre:
L'ordre croissant des cinq segments tracés selon leurs longueurs est



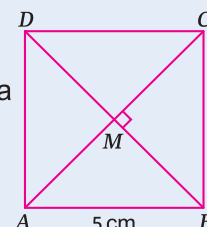
- ⑦ Dans la figure ci-contre:
Si $D(-1; -2)$ et $E(2; 3)$ sont les deux milieux de $\overline{AB}$ et $\overline{BC}$, alors la longueur de $\overline{AC}$ = unités de longueur.



- ⑥ Dans la figure ci-contre:
L'aire superficielle du cylindre est égale à cm²
($\pi \approx 3,14$)



- ⑧ Dans la figure ci-contre:
Si $ABCD$ est un carré, alors la longueur de la projection de $\overline{AC}$ sur $\overrightarrow{BD}$ = cm.



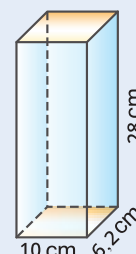
► Réponds aux questions suivantes:

- ⑨ Les points dans le tableau ci-contre sont alignés.
Trouve la pente de la droite et la valeur de k .

x	-3	2	7	k
y	0	2	4	6

- ⑩ Dans la figure ci-contre:

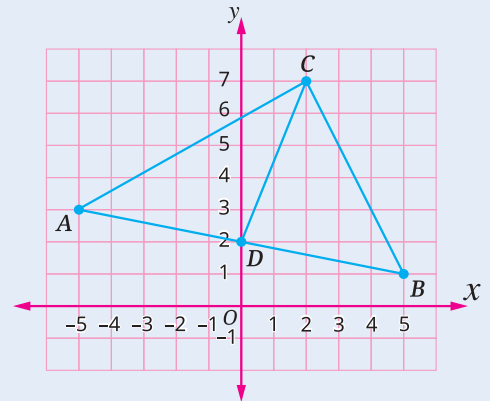
Un prisme droit, sa hauteur est de 28 cm. si la hauteur augmente de 0,7 cm, de combien augmente l'aire superficielle du prisme ?



11 Dans la figure ci-contre:

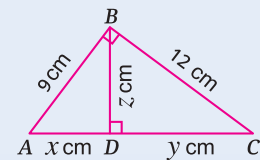
Prouve que:

$$m(\angle ADC) > m(\angle BDC)$$



12 Dans la figure ci-contre:

Trouve les valeurs de x , y et z .



Activité de l'unité 3 Le cercle dans notre vie

► L'objectif de l'activité:

Mettre en œuvre les concepts et les compétences de la géométrie dans les situations de la vie.

► Les étapes de mise en œuvre:

Divise la classe en groupes, chaque groupe composé de (4-5) élèves et demande-leur de suivre les étapes montrées:

- 1 Déterminer (3) formes et solides dans leur environnement (par exemple : horloge murale - assiette - ...) qui contiennent des modèles de cercle.
- 2 Déterminer l'outil approprié selon cette forme/ce solide pour mesurer la longueur du rayon ou la longueur du diamètre.
- 3 Calculer le périmètre et l'aire du cercle dans chaque forme / solide.
- 4 Compléter le tableau suivant:



Le nom de la forme	L'outil de mesure	La longueur du diamètre ou du rayon	La valeur du périmètre	La valeur de l'aire
1.				
2.				
3.				

- 5 Rédiger un paragraphe montrant le niveau de précision dans le processus de mesure et le calcul des données montrées dans le tableau.

UNITÉ 4

Les statistiques et la probabilité

Leçons de l'unité

4-1 Les échantillons

4-2 La probabilité - La prédiction des événements futurs



Le concept de l'échantillon et de sa sélection est l'un des fondements sur lesquels repose la disponibilité des données traitées par l'intelligence artificielle, tandis que la probabilité théorique détermine les règles mathématiques que le modèle utilise pour prédire et extraire les résultats. Plus l'échantillon est bon que les calculs de probabilité sont corrects, plus cela aide l'intelligence artificielle à atteindre des résultats plus précis.

► **Peut-on développer les méthodes et les moyens de sélection des échantillons pour aider l'intelligence artificielle à obtenir des résultats plus précis?**

Les enjeux et les compétences de la vie

- La communication mathématique
- La pensée critique
- La prise de décision
- La prédiction

Les valeurs

- La solidarité
- La sécurité alimentaire
- La conscience mathématique

Leçon 4 - 1

Les échantillons

■ Résultats d'apprentissage

- Connaître les sources de recueil des données.
- Connaître les méthodes de recueil des données.
- Connaître le concept de l'échantillon.
- Connaître les types d'échantillons et leur méthodes de leur sélection.
- Déterminer la meilleure méthode pour sélectionner un certain échantillon.

■ Vocabulaire

- La sélection biaisée
- La sélection aléatoire
- Un échantillon aléatoire simple
- Un échantillon aléatoire stratifié

Sois prêt!



Chaque année, le Ballon d'or récompense le meilleur joueur de football du monde. Peux-tu imaginer à quel point ce serait difficile si l'on demandait à chaque fan dans le monde de voter pour choisir le joueur gagnant ?!

Pour cette raison, l'opinion de tous les fans de football n'est pas sondée, mais un petit groupe de journalistes sportifs, d'analystes et d'experts de différents pays est choisi pour représenter les opinions des fans dans le monde.

Ce petit groupe s'appelle un échantillon et il représente la grande population composée de millions de fans. Si tu veux choisir le meilleur joueur de ton école cette année, comment peux-tu choisir un échantillon d'élèves qui exprime l'opinion de chacun ?

Dans cette leçon, tu apprendras le concept de l'échantillon, ses types et comment sélectionner les échantillons; ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes.



Réfléchis et discute!



Un élève voulait connaître le sport préféré des élèves de son école, alors il a demandé aux élèves de l'équipe de basket seulement. Le résultat qu'il a obtenu est que «Le basketball est le sport préféré de tous les élèves de l'école». Cette conclusion est-elle exacte? Discute.



Apprends!



La collecte des données

- Le chercheur en statistiques recueille, organise et analyse les données pour obtenir des résultats précis qui sont utilisés pour prendre des bonnes décisions.
- Le recueil des données nécessite de connaître leurs sources et de déterminer la méthode de collecte.

■ Réfléchis avec tes camarades

Parmi les sources de données statistiques suivantes, lesquelles sont primaires et lesquelles sont secondaires?

- 1 La recherche sur des sites Internet des résultats de l'équipe nationale égyptienne de football lors du précédent Championnat d'Afrique des Nations.
- 2 Un sondage auprès de tes camarades de classe sur le nom de leur matière préféré.

■ Qu'est-ce que la population statistique?

La population statistique est l'ensemble des éléments que le chercheur s'intéresse à étudier et qui partagent des caractéristiques générale communes.

Par exemple : Les élèves d'une certaine école représentent une population statistique dont l'élément est "l'élève".

■ Réfléchis

Pourquoi utilisons-nous la méthode des échantillons pour étudier les populations suivantes:

- 1 Les populations illimitées telles que la population des (sables du désert) ?
- 2 Examiner le sang d'un patient ?

Les sources de collecte des données

1 Sources primaires :

Ce sont des sources à partir desquelles nous obtenons les données directement par l'entretien personnel, le questionnaire ou l'observation. Elles se caractérisent par la précision, mais elles nécessitent du temps, des efforts et des coûts importants.

2 Sources secondaires :

Ce sont des sources à partir desquelles nous obtenons les données qui ont été collectées et enregistrées auparavant par d'autres organismes ou institutions, telles que: les bulletins de l'Agence centrale pour la mobilisation publique et les statistiques, l'Internet, la base de données des employés, ... Ces sources se caractérisent par l'économie de temps, d'efforts et d'argent.



Les méthodes de recueil des données

La méthode utilisée pour recueillir les données dépend de l'objectif pour lequel ces données sont recueillies, ainsi que de la taille de la population statistique. parmi les méthodes de recueil des données, on trouve les suivantes:

1 La méthode du dénombrement complet:

Cette méthode est basée sur le recueil des données auprès de tous les individus de la population statistique et est utilisée pour dénombrer tous les éléments de la population, tels que: "Le recensement général de la population", "Les élections", etc. Elle se distingue par l'exactitude des résultats, la globalisation et l'impartialité, mais elle nécessite beaucoup de temps, d'efforts et un coût élevé.

2 La méthode des échantillons:

Cette méthode est basée sur le recueil des données à partir d'un échantillon représentatif de la population et la réalisation de recherches sur celle-ci, puis les résultats sont généralisés à l'ensemble de la population. Par exemple : "Un échantillon de sang d'un patient pour effectuer quelques tests médicaux", "Un échantillon de certains produits d'une usine pour vérifier leur conformité aux spécifications", etc. Cette méthode permet d'économiser du temps, des efforts et des coûts, mais elle donne des résultats imprécis surtout si l'échantillon ne représente pas exactement la population et est appelé dans ce cas un échantillon biaisé.



Le concept d'échantillon

C'est une petite partie d'une grande population qui ressemble à la population et la représente.

Les types d'échantillons selon leur méthode de sélection

Premièrement La sélection biaisée (échantillon non aléatoire)

Il s'agit de sélectionner certains éléments spécifiques dans la population en fonction des objectifs de recherche.

Par exemple: Lorsqu'on étudie le degré de satisfaction des élèves d'une école à l'égard d'un voyage scolaire, l'échantillon doit être choisi parmi les élèves qui ont participé à ce voyage sans le reste des élèves et cette sélection n'est pas considérée comme aléatoire.

Deuxièmement La sélection aléatoire (échantillon aléatoire)

Il s'agit de sélectionner l'échantillon de telle sorte que chaque élément de la population ait la même chance de sélection. Parmi les principaux types d'échantillons aléatoires:

1 L'échantillon aléatoire simple:

Il est utilisé avec les populations homogènes et est sélectionné selon deux méthodes en fonction du nombre des éléments de la population comme suit:

La première méthode: (Si la population est petite)

Cette méthode se fait comme suit:

- Une carte est préparée pour chaque élément de la population sur laquelle est écrit le nom ou le numéro de l'élément, de sorte que toutes les cartes soient identiques en termes de couleur et de taille.
- Les cartes sont pliées de la même manière, placées dans une boîte, puis bien mélangées.
- Une carte est tirée au hasard de la boîte, puis les cartes sont bien mélangées et nous choisissons une deuxième carte, et ainsi de suite jusqu'à ce que nous sélectionnions le nombre requis pour l'échantillon.



Cette méthode est considérée comme appropriée pour sélectionner un échantillon composé de 5 élèves d'une classe de 40 élèves.

La deuxième méthode: (Si la population est importante)

Cette méthode se fait comme suit:

- Tous les éléments de la population sont numérotés.
- La fonction de nombre aléatoire de la calculatrice scientifique est utilisée, en appuyant sur les touches suivantes dans l'ordre.



, alors un nombre décimal apparaît entre 0.000 et 0.999. Et dans le cas où un seul chiffre décimal apparaît après la virgule décimale, nous ajoutons deux zéros pour en faire une partie de mille ($0,3 \rightarrow 0,300$) et dans le cas où deux chiffres décimaux apparaissent après la virgule décimale, nous ajoutons un zéro à droite pour en faire une partie de mille ($0,82 \rightarrow 0,820$), puis nous prenons ces nombres après avoir ignoré la virgule décimale point et choisissons l'individu représentant la population étudiée.

- En appuyant à plusieurs reprises sur la touche de , les nombres apparaissent successivement jusqu'à ce que nous atteignons le nombre d'échantillon que nous voulons et les nombres supérieurs au nombre de la population étudiée sont exclus, ainsi que les nombres sélectionnés auparavant sont également exclus.



Cette méthode est considérée comme appropriée pour sélectionner un échantillon de 40 élèves d'une école de 800 élèves.

■ Remarque que

Le nombre d'éléments de l'échantillon la plus appropriée est en moyenne de 10 % du nombre d'éléments de la population étudiée.

■ Auto-évaluation ①

Si tu veux prélever un échantillon de ton école pour faire des recherches sur la pratique du sport par les élèves, quotidiennement ou non, un échantillon aléatoire est prélevé dans l'école dont la taille est de 10% du nombre total de l'école. Montre comment cet échantillon peut être choisi en utilisant la calculatrice sachant que le nombre total de l'école est de 500 élèves.

Exemple 1

Une entreprise compte 300 ouvriers et il est nécessaire de connaître l'avis des ouvriers sur le système d'assurance maladie de l'entreprise au moyen d'un questionnaire préparé à cet effet. Si ce questionnaire porte sur un échantillon aléatoire dont la taille représente 10% du nombre total d'ouvriers de cette entreprise, montre comment sélectionner cet échantillon en utilisant la calculatrice.



∴ Le nombre d'ouvriers dans l'entreprise = 300 ouvriers.

∴ Le nombre de l'échantillon aléatoire = $\frac{10}{100} \times 300 = 30$ ouvriers.

Et les 30 ouvriers sont choisis comme suit:

- Chaque ouvrier de l'entreprise reçoit un numéro de 1 à 300.
- La calculatrice est utilisée pour choisir les 30 ouvriers selon la méthode mentionnée précédemment qui est comprise entre 0 et 300.

Et les nombres aléatoires apparaissant supérieurs à 300 sont exclus et les nombres répétés sont également exclus.

Par exemple: En appuyant sur les touches:



Si nous obtenons la fraction décimale 0,162, le nombre d'ouvrier choisi est 162.

Et si nous obtenons la fraction décimale 0,24, le nombre d'ouvrier choisi est 240.

Et si nous obtenons la fraction décimale 0,511 elle est exclue, parce que le nombre 511 est supérieur à 300 et ainsi de suite jusqu'à ce que nous obtenions les 30 nombres.

2 L'échantillon aléatoire stratifié:

Il est utilisé avec les populations non homogènes, c'est-à-dire celles qui sont divisées en groupes qualitatifs différant par les caractéristiques et il se fait comme suit:

- Les individus de la population statistique sont divisés en strates selon leurs caractéristiques.
- Le chercheur choisit un échantillon aléatoire pour représenter chaque strate en fonction de sa taille dans la population et il est appelé l'échantillon stratifié.

Par exemple: Lors de l'étude du niveau scolaire d'une population composée de 450 élèves des classes de première et de deuxième préparatoires, si le rapport entre le nombre d'élèves de première année et de deuxième année est de $\frac{4}{5}$ et que nous voulons choisir un échantillon composé de 54 élèves, il faut choisir 24 élèves de première année et 30 élèves de deuxième année de manière aléatoire.

■ Auto-évaluation ②

L'une des usines a produit 400 réfrigérateurs de type "16 pieds", 300 réfrigérateurs de type "18 pieds" et 100 réfrigérateurs de type "20 pieds".

Si nous voulions prélever un échantillon stratifié composé de 72 réfrigérateurs de sorte qu'il soit représentatif de tous les types produits pour les examiner, calcule le nombre d'éléments de chaque strate dans l'échantillon.

Exemple ②

Une école compte 400 garçons, 500 filles, elle a voulu réaliser un questionnaire sur un échantillon stratifié composé de 45 garçons et filles dans lequel chaque strate est représentée en fonction de sa taille. Calcule le nombre d'éléments de chaque strate dans l'échantillon.



Le nombre total d'élèves = $400 + 500 = 900$ garçons et filles.

Le nombre d'éléments de garçons dans l'échantillon = $\frac{400}{900} \times 45 = 20$ garçons.

Le nombre d'éléments de filles dans l'échantillon = $\frac{500}{900} \times 45 = 25$ filles.

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts



► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① La méthode des échantillons est considérée comme la méthode appropriée pour chacun de ce qui suit, sauf
 (a) examen de la production d'une usine (b) examen des sables du désert
 (c) connaissance le recensement de la population (d) examen du sang d'un patient
- ② Un hôpital compte 40 médecins et 200 infirmières, un échantillon stratifié de taille 36 individus a été prélevé dans lequel chaque strate est représentée en fonction de sa taille, alors le nombre d'infirmières dans cet échantillon est égal à infirmières.
 (a) 6 (b) 18 (c) 24 (d) 30

Deuxièmement

Appliquer les concepts



- ③ Une école comptant 350 élèves a réalisé un questionnaire pour savoir lequel des produits vendus à la cantine scolaire est le meilleur pour les élèves (boisson chaude - pizza - jus glacés - repas chaud) et un nombre a été remis à chaque élève, puis un échantillon aléatoire a été choisi pour réaliser ce questionnaire dont la taille est de 10% du nombre de l'école. Détermine en utilisant la calculatrice les nombres des élèves dans cet échantillon
- ④ Dans une usine, il y a 180 ouvriers, 120 techniciens et 80 ingénieurs, un échantillon stratifié de taille de 57 personnes a été prélevé, trouve le nombre d'éléments de chaque strate dans l'échantillon
- ⑤ On veut prélever un échantillon aléatoire stratifié dans lequel chaque strate est représentée en fonction de sa taille à partir d'une population composée de 5000 éléments et divisée en quatre strates, de sorte que le nombre d'éléments de la première strate était 1500 éléments et le nombre d'éléments de la première strate dans l'échantillon était 225 éléments, trouve la taille de l'échantillon

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des échantillons?
Coche la case appropriée.



Leçon 4 - 2

La probabilité - La prédiction des événements futurs

■ Résultats d'apprentissage

- Se rappeler le concept de la probabilité théorique.
- Utiliser les lois de la probabilité pour prévoir la survenue d'événements futurs.

■ Vocabulaire

- La probabilité
- La prédiction des événements futurs

Sois prêt!



L'Autorité météorologique égyptienne suit quotidiennement l'état du temps et publie ses prévisions concernant les divers phénomènes météorologiques, y compris les précipitations. Si l'Autorité météorologique a annoncé que la probabilité de pluie à Alexandrie un jour de novembre est de 0,4, combien de jours est-il prévu qu'il pleuve ce mois-là ?



Le pont Stanley est l'un des monuments de la ville d'Alexandrie

Dans cette leçon, tu apprendras le concept de la probabilité et prévoiras les événements futurs, ce qui te permettra de résoudre de tels problèmes de la vie.

Réfléchis et discute!



Mazen s'entraîne à tirer des penalties dans le football. Mazen a tiré 5 penalties et en a marqué 3 buts. Si Mazen a tiré 20 penalties, quel est le nombre de buts que Mazen est censé marquer ? Discute.

Apprends!



La probabilité et la prédiction des événements futurs

La probabilité aide à prévoir la survenue d'événements futurs sur la base des informations dont nous disposons, elle nous donne une idée de la possibilité de survenue de chaque résultat et elle est utilisée dans notre vie quotidienne dans de nombreux domaines, tels que: La météorologie, l'économie, les jeux et les compétitions sportives, la recherche scientifique, etc.

Information précédente : La probabilité théorique

La probabilité théorique est basée sur le principe de l'égalité des chances ou l'égalité des possibilités et elle est égale au rapport entre le nombre de résultats d'un événement et le nombre total de résultats. C'est-à-dire que:

$$\text{La probabilité de la réalisation de l'événement (A)} = \frac{\text{Le nombre de résultats de l'événement A}}{\text{Le nombre total de résultats}}$$

Et la probabilité de la réalisation de l'événement A est notée par le symbole $P(A)$.

■ Auto-évaluation ①

Au cours d'une journée, le nombre de sachets de lait vendus dans l'une des chaînes de magasins alimentaires était comme indiqué dans le tableau suivant :

Le type de lait	Le nombre de sachets vendus
Entier	100
Demi-écrémé	25
Écrémé	75

Et on prévoit le nombre total de sachets vendus augmentera demain pour atteindre 600 sachets, alors combien de sachets de type écrémé devraient être vendus demain ?

■ Rappel que

La probabilité peut être écrite sous la forme d'une fraction ordinaire, d'une fraction décimale ou d'un pourcentage.

■ Auto-évaluation ②

Une usine produit deux types de chaussures. Pour mener une étude visant à ajuster la quantité de production en fonction des exigences du marché, un échantillon aléatoire a été choisi parmi les ventes de 5 points de vente de l'usine, la taille de chacun étant de 80 chaussures et ses données ont été distribuées comme suit :

Le nombre de point de vente	Les ventes de type 1	Les ventes de type 2
1	45	35
2	19	61
3	27	53
4	36	44
5	39	41

- ① Lequel des deux types est le plus demandé ? Et que conseilles-tu à l'usine ?
- ② Si la production totale de cette usine est de 4 800 chaussures, quel est le nombre prévu à produire du premier type ?

Exemple ①

Lorsqu'on a prélevé un échantillon composé de 30 élèves parmi 750 élèves dans l'une des écoles et qu'on leur a demandé quelle était leur activité préférée, leurs réponses étaient comme dans le tableau ci-contre :

L'activité	Effectif
Football	15
Natation	8
Handball	4
Volley-ball	3

- ① Si un élève a été choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il fasse partie de ceux qui préfèrent l'activité de natation ?
- ② Quel est le nombre attendu d'élèves qui préfèrent l'activité de natation dans l'école ?
- ③ Quel est le nombre attendu d'élèves qui préfèrent l'activité de volley-ball dans l'école ?



- ① La probabilité que l'élève fasse partie de ceux qui préfèrent l'activité de natation = $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$
- ② Le nombre attendu d'élèves qui préfèrent l'activité natation dans l'école = $\frac{4}{15} \times 750$
= 200 étudiants.
- ③ ∴ La probabilité que l'élève fasse partie de ceux qui préfèrent l'activité de volley-ball = $\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$
∴ Le nombre attendu d'élèves qui préfèrent l'activité volley-ball dans l'école = $\frac{1}{10} \times 750 = 75$ élèves.

Exemple ②

Une usine de téléphone portable produit deux types de téléphones (A1) et (A2). Pour mener une étude visant à ajuster la quantité de production en fonction des exigences du marché, un échantillon aléatoire a été choisi parmi les ventes de 5 points de vente de l'usine, dont la taille de chacun d'eux est de 60 téléphones et les données ont été distribuées comme suit :



Le nombre de point de vente	1	2	3	4	5
Les ventes du premier type (A1)	35	48	24	19	45
Les ventes du deuxième type (A2)	25	12	36	41	15

- ① Lequel des deux types est le plus demandé ? Et que conseilles-tu à l'usine ?
- ② Si la production totale de cette usine est de 5 000 téléphones, quel est le nombre prévu de téléphones produits à partir du premier type selon cette étude ?

■ Auto-évaluation ③

Un échantillon aléatoire a été choisi parmi les candidats à un test d'embauche composé de 60 personnes. Il a été constaté que 45 personnes maîtrisent l'anglais, 30 personnes maîtrisent le français et 25 personnes maîtrisent les deux langues ensemble.

- ① Si l'un des candidats a été, quelle est la probabilité que la personne choisie ne maîtrise aucune des deux langues ?
- ② Si le nombre total de candidats au test est de 2 400 personnes, trouve le nombre prévu de personnes maîtrisant l'anglais seulement.

■ Remarque

Le nombre de personnes qui préfèrent les mathématiques est de 60 élèves et le nombre de ceux qui préfèrent les mathématiques et les études sociales ensemble est de 35 élèves.

∴ Le nombre de personnes qui préfèrent les mathématiques uniquement :

$$60 - 35 = 25$$

De même, le nombre de personnes préférant les études sociales uniquement :

$$45 - 35 = 10$$

∴ Le nombre de personnes ne préférant aucune des deux matières :

$$80 - (10 + 25 + 35) = 10$$



- ① Les ventes totales dans les cinq points de vente du premier type (A1) = $35 + 48 + 24 + 19 + 45 = 171$ téléphones.
Les ventes totales dans les cinq points de vente du deuxième type (A2) = $25 + 12 + 36 + 41 + 15 = 129$ téléphones.
∴ Le premier type (A1) est le plus demandé et nous conseillons à l'usine d'augmenter la production de ce type.
- ② La probabilité de ventes à partir du premier type =
$$\frac{\text{Le nombre de téléphones vendus du premier type}}{\text{Le nombre total de téléphones vendus des deux types}} = \frac{171}{300} = 0,57$$

∴ Le nombre prévu à produire du premier type = $0,57 \times 5\,000 = 2\,850$ téléphones.

Exemple ③

Un échantillon aléatoire composé de 80 élèves dans l'une des écoles a été inclus dans une enquête. Il a été constaté que 60 élèves d'entre eux préféraient les mathématiques, 45 élèves préféraient les études sociales et 35 élèves préféraient les deux matières ensemble.

Si un élève a été choisi au hasard :

Premièrement : Calcule la probabilité de chacun des deux événements suivants :

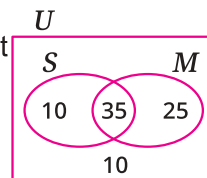
- ① L'événement A "L'élève choisi préfère au moins l'une des deux matières".
- ② L'événement B "L'élève choisi préfère uniquement l'une des deux matières".

Deuxièmement : Si le nombre total des étudiants de l'école est de 2 000 étudiants :

- ① Quel est le nombre prévu d'élèves qui préfèrent les études sociales seulement ?
- ② Quel est le nombre prévu d'élèves qui préfèrent au plus une matière de mathématiques et études sociales ?



En supposant que M est l'ensemble des élèves préférant les mathématiques et S est l'ensemble des élèves préférant les études sociales. Le nombre d'élèves inclus dans l'enquête peut être illustré en utilisant le diagramme de Venn ci-contre.



Premièrement :

- ① La probabilité de (A) =
$$\frac{\text{Le nombre d'élèves préférant au moins l'une des deux matières}}{\text{Le nombre total d'élèves de l'échantillon}}$$

$$\therefore P(A) = \frac{25 + 35 + 10}{80} = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$$

- ② La probabilité de (B) =
$$\frac{\text{Le nombre d'élèves préférant l'une des deux matières seulement}}{\text{Le nombre total d'élèves de l'échantillon}}$$

$$\therefore P(B) = \frac{25 + 10}{80} = \frac{35}{80} = \frac{7}{16}$$

■ Auto-évaluation ④

Un échantillon aléatoire composé de 25 élèves a été choisi parmi les élèves candidats à un concours de mathématiques dans l'une des écoles préparatoires mixtes, et les élèves ont été répartis comme indiqué dans le tableau suivant :

	Première année	Deuxième année	Le total
un élève	8		
une élève		4	10
Le total			

Premièrement : Complète le tableau précédent.

Deuxièmement : Calcule la probabilité que le gagnant de la première place soit :

- ① Un élève de la première année.
- ② Une élève.
- ③ À partir de la deuxième année.
- ④ Un élève ou à partir de la première année.

Troisièmement : Si le nombre total d'élèves participant à ce concours est de 1 550 élèves, quel est le nombre attendu d'élèves filles de la deuxième année ?

Deuxièmement :

① La probabilité que l'élève préfère les études sociales seulement $= \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$

∴ Le nombre attendu d'élèves préférant les études sociales seulement $= \frac{1}{8} \times 2\,000 = 250$ élèves.

② La probabilité que l'élève préfère au plus une matière parmi les mathématiques et les études sociales $= \frac{25 + 10 + 10}{80} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16}$

∴ Le nombre attendu d'élèves de l'école préférant au plus une matière parmi les mathématiques et les études sociales $= \frac{9}{16} \times 2\,000 = 1\,125$ élèves.

Exemple ④

Un échantillon aléatoire composé de 60 visiteurs d' des musées, répartis comme indiqué dans le tableau ci-contre:

Premièrement : Complète le tableau.

Deuxièmement : Si l'un des visiteurs est choisi au hasard, calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

	Arabe	Étranger	Le total
Homme	24		32
Femme	16	12	
Le total			

- ① Événement A "La personne choisie est une femme".
- ② Événement B "La personne choisie est étrangère".
- ③ Événement C "La personne choisie est un homme étranger.
- ④ Événement D "La personne choisie est un homme ou une personne étrangère".

Troisièmement : Si le nombre total de visiteurs du musée au cours du dernier mois est égal à 2 250 visiteurs, quel est le nombre prévu d'hommes étrangers ce mois-ci ?



Premièrement :

	Arabe	Étranger	Le total
Homme	24	8	32
Femme	16	12	28
Le total	40	20	60

Deuxièmement : ① $P(A) = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$ ② $P(B) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

③ $P(C) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$

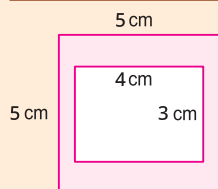
④ $P(D) = \frac{24 + 8 + 12}{60} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$

Troisièmement :

∴ La probabilité que la personne choisie soit un homme étranger $= \frac{2}{15}$

∴ Le nombre attendu d'hommes étrangers $= \frac{2}{15} \times 2\,250 = 300$ visiteurs.

■ Auto-évaluation ⑤



Si une personne tire une flèche sur ce plateau et l'atteint:

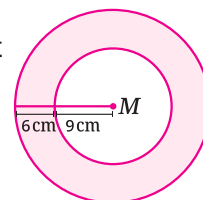
- ① Calcule la probabilité d'atteindre la zone colorée.
- ② Si 75 personnes tirent chacune une flèche, quel est le nombre prévu de fois où la zone colorée sera atteinte?

Exemple ⑤

Lors d'une journée sportive à l'école, les élèves sont demandés de tirer sur le plateau ci-contre.

Si tous les élèves atteignent le tableau:

- ① Quelle est la probabilité que l'élève atteigne la partie colorée du plateau ?
- ② Si 300 élèves ont joué à ce jeu, quel est le nombre prévu élèves capables d'atteindre la partie colorée du plateau ?



- ① La probabilité d'atteindre la partie colorée = $\frac{\text{Aire de la partie colorée}}{\text{L'aire totale}}$
 $\therefore \text{L'aire du grand cercle} = \pi (15)^2 = 225 \pi \text{ cm}^2$
 $\text{L'aire du petit cercle} = \pi (9)^2 = 81 \pi \text{ cm}^2$
 $\text{L'aire de la partie colorée} = 225 \pi - 81 \pi = 144 \pi \text{ cm}^2$
 $\therefore \text{La probabilité d'atteindre la partie colorée} = \frac{144 \pi}{225 \pi} = \frac{16}{25}$
- ② Le nombre prévu d'élèves pouvant atteindre la partie colorée
 $= 300 \times \frac{16}{25} = 192 \text{ élèves.}$

Évaluation de la leçon



Premièrement

Mesurer les concepts

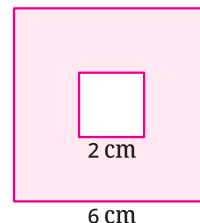


► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si la probabilité qu'une équipe de football gagne un seul match est de 0,75, combien de matchs devrait-elle gagner sur un total de 24 matchs ?
 (a) 6 (b) 12 (c) 18 (d) 20
- ② Une usine produit 800 ampoules par jour. Si la probabilité qu'une ampoule soit défectueuse est de 0,03, le nombre attendu d'ampoules fonctionnelles produites en une journée est de... ampoules.
 (a) 24 (b) 124 (c) 560 (d) 776
- ③ La probabilité d'obtenir une bonne récolte de riz dans un village est de $\frac{3}{5}$, et les agriculteurs ont planté X feddans de riz. Si le nombre prévu de feddans pour produire une bonne récolte est de 30 feddans, quelle est la valeur de X ?
 (a) 18 (b) 36 (c) 42 (d) 50
- ④ Dans une école mixte comptant 1 200 élèves, un échantillon aléatoire de 90 élèves a été choisi et il a été constaté que le nombre de filles était de 54. Quel est le nombre attendu de filles dans l'école ?
 (a) 480 filles (b) 660 filles (c) 720 filles (d) 840 filles
- ⑤ Si l'équipe des médias de l'école est composée de 18 membres, dont 4 enseignants, 6 élèves filles, 8 élèves garçons, si l'un des membres de l'équipe a été choisi au hasard pour prononcer un discours, quelle est la probabilité que ce soit un élève ou un enseignant ?
 (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{2}{3}$

Deuxièmement

Appliquer les concepts



- 6) Devant toi se trouve un plateau formé de deux carrés, si une personne tire une flèche et atteint le plateau.
- 1) Trouve la probabilité de toucher la zone colorée.
 - 2) Si 90 personnes tirent chacune une flèche et atteignent le plateau, quel est le nombre prévu de fois que la zone colorée sera atteinte ?

- 7) Certains élèves d'une classe portent des lunettes, et d'autres n'en portent pas. Si un élève est choisi au hasard dans cette classe et que la probabilité que cet élève porte des lunettes est de 0,1, trouve la probabilité que cet élève ne porte pas de lunettes, et si le nombre d'élèves de cette classe est de 40 élèves, trouve le nombre prévu d'élèves qui portent des lunettes.



- 8) L'un des élèves a réalisé un sondage auprès d'un échantillon de 25 élèves de son école pour savoir les sports qu'ils préfèrent pratiquer et il a enregistré les résultats dans le tableau ci-contre :

Sport	Football	Basket-ball	Volleyball	Le total
Nombre d'élèves		4	2	25

- 1) Si l'un des élèves de l'école est choisi au hasard, trouve la probabilité qu'il préfère jouer au football.
 - 2) Trouve le nombre prévu d'élèves qui préfèrent jouer au football parmi les 600 élèves de l'école.
- 9) Une classe compte 36 élèves, 27 élèves ont réussi en mathématiques, 12 élèves ont réussi en arabe et 9 élèves ont réussi les deux examens ensemble. Si l'on choisit un élève au hasard.

Premièrement : Trouve la probabilité que l'élève choisi :

- 1) ait réussi en mathématiques.
- 2) ait réussi en arabe.
- 3) ait échoué en arabe.
- 4) ait échoué à la fois en mathématiques et en arabe.

Deuxièmement : Si le nombre total de l'école est de 540 élèves, quel est le nombre prévu d'élèves qui réussissent seulement en mathématiques ?

- 10) Deux usines de production de téléviseurs produisent 210 téléviseurs par jour et certains de ces téléviseurs sont défectueux selon le tableau ci-dessous.

Premièrement: Complète le tableau ci-contre.

Deuxièmement: Si un téléviseur est choisi aléatoirement, calcule les probabilités des événements suivants:

	Produit de la première usine	Produit de la deuxième usine	Le total
Défectueux	12		30
Non-défectueux			
Le total	100		210

- 1) Événement A "Le téléviseur choisi est défectueux"
- 2) Événement B "Le téléviseur choisi est produit par la deuxième usine".
- 3) Événement C "Le téléviseur choisi est défectueux et est produit dans la deuxième usine".
- 4) Événement D "Le téléviseur choisi est défectueux ou est produit par la deuxième usine".

Troisièmement: Si la production des deux usines atteindra 7 000 téléviseurs le mois prochain, quel est le nombre prévu de téléviseurs non défectueux ce mois-là ?



Troisièmement

L'analyse et l'intégration des disciplines



- 11 Un jour donné, 60 élèves d'une école ont regardé des vidéos sur l'une des plateformes, 35 d'entre eux ont regardé des vidéos éducatives, 25 ont regardé des vidéos de divertissement et 10 ont regardé les deux types de vidéos. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ait regardé seulement une vidéo éducative ? Quelle est la probabilité que l'élève ait regardé une vidéo éducative ou de divertissement ? Et si le nombre total de l'école est de 2 400 élèves, quel est le nombre prévu d'étudiants qui ont regardé des vidéos éducatives ?



Le respect des feux de circulation et des vitesses prescrites est un comportement civilisé qui préserve la sécurité de tous

- 12 Une compagnie d'assurance de voitures verse un montant de 3 500 livres à titre d'indemnisation pour une voiture exposée à un accident. Si la probabilité d'accident de voiture est de 0,006 et que le nombre d'abonnés à cette police est de 9 000 abonnés, quelle est ta prédiction des indemnités versées par la compagnie ?

- 13 L'année dernière, les exportations d'oignons d'un pays étaient de 96 280 tonnes, celle de pommes de terre de 82 220 tonnes et celle de raisins de 11 500 tonnes. Si l'on prévoit que les exportations totales d'oignons, de pommes de terre et de raisins de ce pays vont augmenter pour atteindre 380 000 tonnes cette année, combien de tonnes de raisins seront exportées cette année ?



Pensée créative



- 14 Le tableau suivant présente les résultats d'un test conçu pour donner un résultat positif si le patient est infecté par un virus ou un résultat négatif si le patient n'est pas infecté par le virus.

	Résultat négatif	Résultat positif	Le total
Patient infecté par le virus	14		200
Patient non infecté par le virus		46	
Le total			480

Complète le tableau précédent, puis trouve la probabilité que le test donne des résultats erronés.

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de la probabilité et de la prédiction des événements futurs? Coche la case appropriée



Évaluation de l'unité 4

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension de l'unité 4?



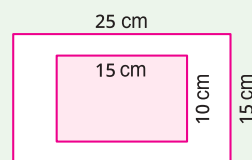
Coche la case appropriée. ☐ ☐ ☐ ☐

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Il y a 320 ouvriers et ingénieurs dans une usine, un échantillon aléatoire composé de 16 ouvriers et ingénieurs a été choisi parmi eux, il a été constaté que le nombre d'ingénieurs dans l'échantillon était de 5, quel est le nombre prévu d'ingénieurs dans l'usine ?
(a) 50 (b) 100
(c) 160 (d) 220
- ② Le quel de ce qui suit provient de sources secondaires pour le recueil de données ?
(a) L'entretien personnel
(b) Les questionnaires
(c) La base de données des employés
(d) L'observation et la mesure
- ③ Si la probabilité de marquer un but sur un lancer franc lors d'un match de handball est de 60 %, quel est le nombre attendu de buts marqués sur 30 lancers ?
(a) 9 (b) 12
(c) 18 (d) 30
- ④ La méthode du dénombrement complet est considérée comme appropriée pour lequel de ce qui suit ?
(a) Rechercher les composants du sable du désert.
(b) Vérifier le pourcentage de pureté de l'eau d'un puits.
(c) Étudier le pourcentage de présence d'un minéral dans les zones minières.
(d) Connaître le nombre d'élèves ayant obtenu la note maximale à l'examen de mathématiques de la classe.

► Complète chacun de ce qui suit:

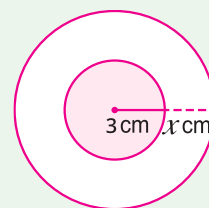
- ⑤ Une usine produit 120 machines à laver par jour. Si la probabilité que la machine à laver soit défectueuse est de 0,05, le nombre prévu de machines à laver non défectueuses produites en une journée est de machines à laver.
- ⑥ Si l'équipe médicale d'un hôpital est composée de 60 infirmières et de 12 médecins et que l'un des membres de l'équipe est choisi au hasard, alors la probabilité que ce membre soit un infirmier est égale à
- ⑦ Parmi les méthodes de recueil de données : et
- ⑧ Dans la figure ci-contre:
Si une personne tire sur le plateau ci-contre,
Alors la probabilité d'atteindre la zone colorée est égale à



► Réponds aux questions suivantes :

- ⑨ Un échantillon aléatoire composé de 50 élèves a participé à une enquête. Parmi eux, 25 élèves préfèrent l'arabe, 20 élèves préfèrent les sciences, 15 élèves préfèrent à la fois l'arabe et les sciences. Si un élève est choisi au hasard, trouve la probabilité qu'il préfère au moins l'une des deux matières, et si le nombre total d'élèves de l'école est de 750, quel est le nombre prévu d'élèves qui préfèrent seulement les sciences ?

- 10 Dans la figure ci-contre:
Si la probabilité d'atteindre la zone colorée est égale à $\frac{1}{9}$,
quelle est la valeur de x ?



- 11 Un échantillon aléatoire d'une école est composé de 24 garçons et 16 filles. Parmi eux, 9 garçons et 4 filles portent des lunettes. Si une personne est choisie au hasard de cette école, détermine la probabilité que cette personne soit un garçon qui ne porte pas de lunettes et si le nombre total de l'école est de 440 élèves, détermine le nombre prévu de garçons qui ne portent pas de lunettes à l'école.
- 12 L'une des usines de voitures produit 3 modèles de voitures par an. Le nombre de voitures produites du premier modèle est de 500, 700 du deuxième modèle et 300 du troisième. Si la direction de l'usine décide de prélever un échantillon représentant 7% de la production totale et que chaque modèle est représenté en fonction de sa taille de production, trouve le nombre de voitures de chaque modèle dans l'échantillon.

Activité de l'unité 4 La liste des prédictions ou les activités futures

- **L'objectif de l'activité:** Posséder la compétence d'utiliser des concepts de la probabilité et de prévoir les événements futurs dans les situations de la vie.

► **Les étapes de mise en œuvre:**

Portage la classe en groupes, chaque groupe étant composé de (4 à 5) élèves, et demande-leur d'étudier la situation suivante, puis de mettre en œuvre les étapes indiquées :

L'école veut mettre en œuvre l'une des activités suivantes et cherche de l'aide à prévoir le meilleur choix futur pour les élèves:

- Activités sportives (basket-ball - football - volley-ball).
- Organisation de compétitions (culturelles - scientifiques - sportives)
- Organisation de voyages (La bibliothèque d'Alexandrie - Le Grand Musée Égyptien - La capitale administrative).

► **Tâches des élèves:**

- 1 Chaque groupe doit choisir un seul sujet parmi les trois sujets précédents.
- 2 Déterminer la méthode appropriée de recueil des données pour ce sujet.
- 3 Préparer l'outil approprié pour le recueil des données et déterminer l'échantillon sur lequel il sera appliqué.
- 4 Utiliser l'outil et commencer à collecter et à organiser les données.
- 5 Représenter les données en utilisant l'une des représentations graphiques apprises précédemment.
- 6 Présenter la recommandation appropriée à l'école à la lumière de la prédiction obtenue à partir de ces résultats.

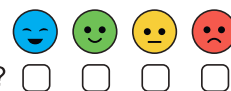


Évaluation finale

Évalue ta compréhension!

Quel est ton niveau de compréhension des sujets de la deuxième année préparatoire? ☐ ☐ ☐ ☐

Coche la case appropriée



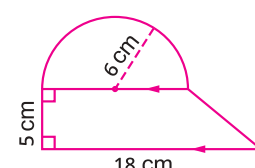
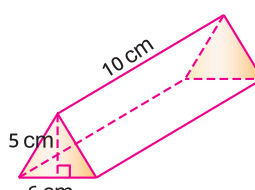
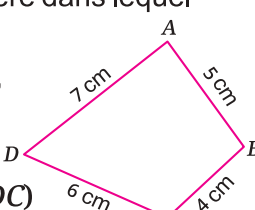
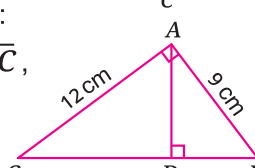
Premier groupe

► Choisis la bonne réponse parmi les réponses données:

- ① Si X , 5, 12 et 30 sont proportionnels, quelle est la valeur de X ?
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 16
- ② Quel est l'ensemble des solutions de l'inéquation $-X > 4$ dans R ?
(a) $]-\infty; -4[$ (b) $]-\infty; 4[$
(c) $]-4; \infty[$ (d) $]4; \infty[$
- ③ Si $f(X) = X + 3$ et $g(X) = X^2$, quelle est la valeur de $2f(3) + 3g(2)$?
(a) 12 (b) 18 (c) 24 (d) 36
- ④ Si la probabilité qu'une équipe gagne un match est de 80 %, combien de matchs est-elle censée gagner sur un total de 35 matchs?
(a) 7 (b) 14 (c) 21 (d) 28
- ⑤ Un cylindre circulaire droit dont le périmètre de la base est de 16π cm et la hauteur est de 2 cm, quel est son volume?
(a) 16π cm³ (b) 32π cm³
(c) 64π cm³ (d) 128π cm³
- ⑥ Quelle est la pente de la droite passant par les deux points (2 ; 7) et (-4 ; 8)?
(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{6}$ (c) $-\frac{2}{3}$ (d) -6
- ⑦ Quelle est la distance entre les deux points (4 ; 7) et (1 ; 11)?
(a) 5 unités de longueur
(b) 6 unités de longueur
(c) 7 unités de longueur
(d) 8 unités de longueur
- ⑧ Un cercle dont la longueur du diamètre est de 12 cm. Quel est son périmètre?
(a) 6π cm (b) 12π cm
(c) 18π cm (d) 24π cm
- ⑨ Un prisme droit dont la base sous forme d'un carré de 5 cm de côté et la hauteur du prisme est de 6 cm, quelle est son aire latérale?
(a) 30 cm² (b) 120 cm²
(c) 150 cm² (d) 170 cm²

Deuxième groupe

► Réponds aux questions suivantes:

- ① Si b est une moyenne proportionnelle entre a et c , prouve que: $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a+3b}{3c+b}$
- ② Représente graphiquement la fonction f où $f(X) = 4 - 2X$
- ③ Trouve l'aire de la figure ci-contre, sachant que: $(\pi \approx \frac{22}{7})$

- ④ Dans la figure ci-contre: Trouve le volume du prisme.

- ⑤ Si R est une relation de X vers Y , où $X = \{2; 3; 5\}$, $Y = \{5; 7; 8\}$ et " $X R y$ " signifie que " $X + y = 10$ " pour chaque $X \in X$ et $y \in Y$, écris R comme un ensemble de couples et représente-le en utilisant un diagramme sagittal et un diagramme cartésien. La relation représente-t-elle une fonction ou non? Et pourquoi?
- ⑥ Dans la figure suivante: $ABCD$ est un quadrilatère dans lequel $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 6$ cm, et $DA = 7$ cm. Prouve que: $m(\angle ABC) > m(\angle ADC)$

- ⑦ Dans la figure ci-contre: Si $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ et $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, trouve la longueur de chacun de $\overline{AD}$ et $\overline{CD}$


رقم الكتاب	التجليد	وزن المتن	وزن الغلاف	الوان المتن	الوان الغلاف	عدد الصفحات بالغلاف	مقاس الكتاب
٣٠/٢/٢٢/١٥/١١/١١٢	حصان	٨٠ جرام	٢٠٠ جرام	٤ لون	٤ لون	١١٢ صفحة	٢٧ x ١٩ سم

